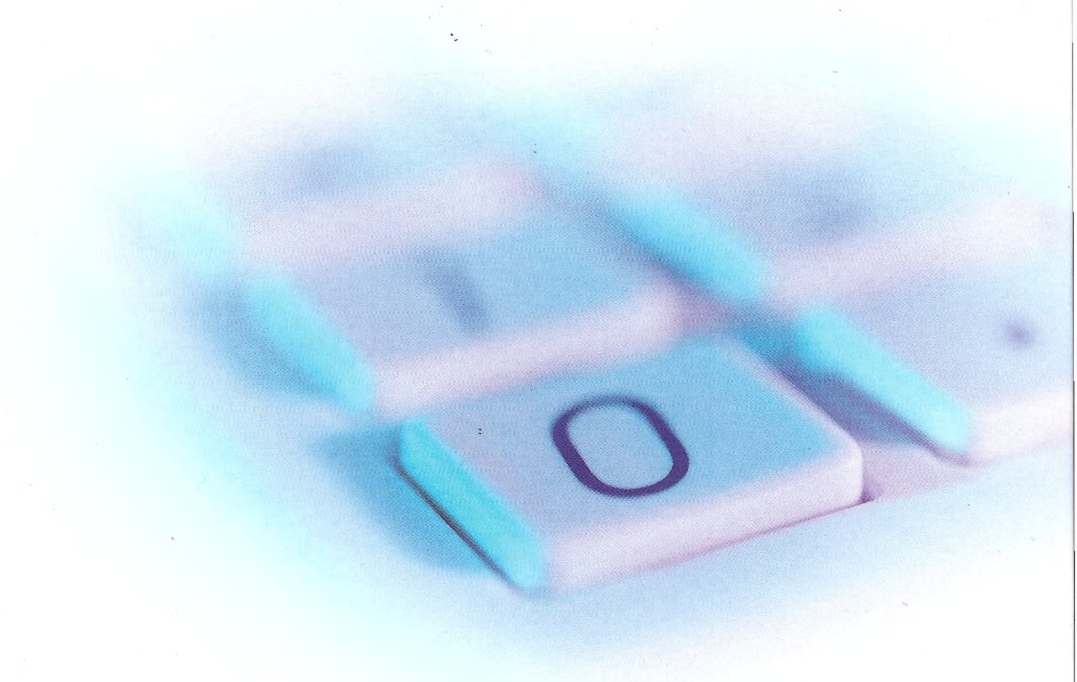
Números notables

El 0, el 666 y otras bestias numéricas

Lamberto García del Cid



El mundo es matemático

Números notables

El 0, el 666 y otras bestias numéricas

¿Dónde radica la importancia de un número? Hay números importantes para los matemáticos, como el cero. Otros lo son para ciertas religiones, como el 3 o el 666. Y, desde luego, los hay para los aficionados a la lotería, como el 22. Ya seamos matemáticos, creyentes o aficionados a los juegos de azar, o las tres cosas o ninguna, la importancia e influencia de los números permean nuestra vida.

Números notables

El 0, el 666 y otras bestias numéricas

Lamberto García del Cid

El mundo es matemático

A Cristina, mi amor, mi esposa

© 2010, Lamberto García del Cid
© 2011, RBA Coleccionables, S.A.

Realización: EDITEC
Diseño cubierta: Llorenç Martí
Diseño interior: Babel, disseny i maquetació, S.L.

Reservados todos los derechos. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, almacenada o transmitida por ningún medio sin permiso del editor.

ISBN: 978-84-473-6971-3
Depósito legal: NA-1665-2011

Impreso y encuadernado en Rodesa, Villatuerta (Navarra)

Impreso en España - *Printed in Spain*

Sumario

Prefacio 7

Capítulo 1. Números notables en la Antigüedad 9
Los números míticos 13
Los primeros números naturales y su importancia 14
Otros números notables de la Antigüedad 30

Capítulo 2. Números notables de la modernidad 39
El número *e* 39
Los números negativos 45
Los números imaginarios 48
Los números transfinitos 49
Unas breves consideraciones sobre el 0 51
Números notables desde el punto de vista aritmético 54
Números con connotaciones simbólicas en la actualidad 64
Cierre con vistosidad 74

Capítulo 3. Números con nombre, incluso con apellido 77
Números con nombres de rara invención 77
Números con nombre y apellido 91
Números como de otro mundo 113

Capítulo 4. Números notables en ámbitos culturales no occidentales 115
Números notables en la India 115
Números notables en China 128

Capítulo 5. Números ominosos 139
El 11 139
El 13 140
El 17 142
El 666 143
Un caso especial: el 23, el número de la conspiración 150

Bibliografía 155

Índice analítico 157

Prefacio

Si se preguntara cuáles son los números notables, o principales, de un ordenador muchos responderían que el 0 y el 1, los dos números que conforman todo su universo. Pero se equivocarían, ya que en cualquier sistema numérico existen números peculiares, como los capicúas o esos números que sólo son divisibles por sí mismos o por la unidad y que denominamos números primos. De hecho, hay muchos tipos de números: una fructífera taxonomía numérica que ha conformado nuestras herramientas de conocimiento y, por ello, nuestra visión del mundo. Así, tenemos los números naturales, los enteros, los reales, los racionales, los irracionales, los imaginarios, los trascendentes, los transfinitos, etc. Pero dentro de estas categorías, tomadas en conjunto o por separado, no todos los números poseen la misma relevancia. Hay números interesantes y no interesantes en función del prisma desde el que se contemplan, según sea la actividad que los utilice (o rentabilice).

¿Dónde radica la importancia de un número? Hay números importantes para los matemáticos, como el número π; hay números importantes para ciertas religiones, como el número 3, y hay números importantes para los aficionados a la lotería, como el 22. La importancia asignada al número, ya sea aritmética, mística o supersticiosa, se remonta a la antigüedad. Por ejemplo, el símbolo de la medicina egipcia era el ojo de Horus, divinidad que había sido diseccionada por el malvado Seth y curada por el benevolente Toth. Tomando como fundamento este mito, los médicos egipcios atribuían unos valores matemáticos a las distintas secciones del ojo de Horus (el lagrimal valía 1/2; el ángulo externo, 1/16; el iris, 1/4); y por este motivo las proporciones de los medicamentos se expresaban en relación a la llamada «serie del ojo de Horus», permitiendo así a los especialistas mezclar los distintos ingredientes: azafrán, loto, hiedra...

Para los griegos, los diez primeros números pertenecían al espíritu: eran entidades, arquetipos, símbolos. Los demás números, si poseían significado, era por ser combinaciones de esos números primordiales. Este punto de vista podría resumirse con la frase atribuida a Pitágoras: «Todo está dispuesto según el número». Platón, adepto pitagórico, consideró el número como esencia de la armonía y ésta como fundamento del cosmos y del hombre.

A lo largo de las páginas que siguen se verá lo que representaban los números en la antigüedad, una antigüedad donde, debe tenerse presente, el horizonte para expresar un número enorme era la *miríada*, que equivalía a 10^4, o 10.000, la cual solía

usarse para designar conjuntos de elementos numerosos, como, por ejemplo, los integrantes de un ejército. Pero para nosotros hoy una miríada representa un pequeño porcentaje de los espectadores de un partido de fútbol en un campo importante. Por eso conviene distinguir los números de la Antigüedad y los de la modernidad, que también serán objeto de examen en esta obra. Porque la modernidad no sólo desarrolló los conceptos antiguos de los números, sino que inventó nuevos números, números con nombre e incluso con apellido.

Si bien se acaba de apuntar que los antiguos circunscribían los números a cantidades pequeñas con relación a las de hoy, ello no es del todo cierto. Hay una excepción: los matemáticos de la India. Los indios eran aficionados a los números enormes, que definían una cosmogonía de dioses casi aritméticos. En el presente trabajo también se analizarán los números de la civilización china, así como los números asociados a la buena o mala suerte.

Sí, los números, su importancia, su influencia, como quizá ni pudiera soñar Pitágoras, permean toda nuestra vida, incluso predios que se dirían refractarios a ellos, como la lírica. Es por ello que un poeta contemporáneo como Rafael Alberti no retrocedió a la hora de cantar a los números en el poema *El ángel de los números*: «Vírgenes con escuadras / y compases, velando / las celestes pizarras. / Y el ángel de los números, / pensativo, volando / del 1 al 2, del 2 al 3, del 3 al 4 [...] / Vírgenes sin escuadras, / sin compases, llorando. / Y en las muertas pizarras / el ángel de los números, / sin vida, amortajado / sobre el 1 y el 2, / sobre el 3, sobre el 4». Procuraremos, para satisfacer la curiosidad de los poetas, y la de los lectores, mostrar lo que hay detrás, o delante, de los números más notables.

Capítulo 1

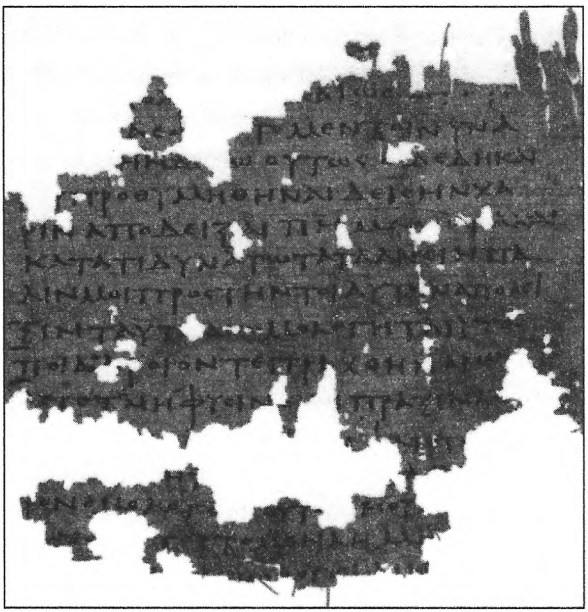
Números notables en la Antigüedad

Nomen omen: el nombre es profecía, destino. Este antiguo adagio bien podría sustituirse por «el número es profecía, destino», pues desde los tiempos antiguos el número ha servido no sólo para realizar profecías, sino también para configurar el destino de personas y pueblos. La religión asirio-babilónica estructuraba el mundo celestial siguiendo una armonía numérica, armonía regida por el sistema sumerio-acadio de numeración, en la que el simbolismo de los números formaba parte inseparable del nombre de los ciudadanos, e incluso del de los dioses, que también eran designados por cifras cuneiformes. Puede verse un ejemplo de esta singularidad en una tablilla del siglo VII a.C., en la que figura, junto al nombre de cada dios, la cifra que lo representa: a Anu, dios del cielo, se le relaciona con la sesentena (gran unidad del sistema sexagesimal sumerio-babilónico); a Enlil, dios de la Tierra, se le representa con el número 50; a Ea, dios de las aguas, se le asigna el número 40, y así con el resto de dioses.

En la religión sumeria cada divinidad posee un rico simbolismo y complejas asociaciones, que incluyen místicas relaciones numéricas. En la ilustración, una estela mesopotámica del siglo XII a.C. en la que el rey Melishipak I lleva a su hija ante la diosa Nannaya y la tríada de divinidades astrales: la luna representa a Sin; el sol, a Shamash, y la estrella, a Ishtar.

Esta particularidad representativa de los números llevó a decir al neopitagórico Moderato de Gades, que desarrolló su actividad en el siglo I d.C., que los números eran expresiones simbólicas de los principios, en un sentido parecido a como las letras son expresiones simbólicas cuyas combinaciones forman los vocablos. Así, los números representaban simbólicamente las realidades inteligibles.

Pero la importancia de los números no sólo se circunscribía a los aspectos supersticiosos o sobrenaturales. Sobre todo a partir de los griegos, las correspondencias numéricas, su relación, su consistencia y su racionalización por medio de patrones sistemáticos, dieron lugar al cálculo y al desarrollo de una disciplina que hoy conocemos con el nombre de matemáticas. Porque los griegos distinguían entre *logistike* (y de ahí el término «logística»), que comprendía la numeración y el cálculo, y *arithmetike*, que se circunscribía a la teoría de números. Y fue la aritmética lo que Platón, pitagórico convencido, insistía que se enseñara a los ciudadanos en su República ideal. El número, en este nuevo campo de conocimiento, tenía una función utilitaria (aritmética, calculadora) que le permitía independizarse de su valor como símbolo. Pero la independencia tardaría en completarse, pues precisamente los pitagóricos, que pudieron haber logrado la proeza, aunaban las propiedades matemáticas con las místicas y simbólicas.



Fragmento del denominado papiro de Oxirrinco, que incluye un fragmento de La República *de Platón. El filósofo griego otorgaba una gran importancia a la aritmética, cuya enseñanza consideraba obligatoria.*

Pero con los pitagóricos, sin ellos, o contra ellos, la Antigüedad dio una profusión de números notables, números cuyos simbolismos y características influyeron en el pensamiento y las doctrinas de la sociedad de su tiempo.

LOS PITAGÓRICOS Y LAS MATEMÁTICAS

Litografía del siglo XIX dedicada a Pitágoras, filósofo y matemático del que apenas se conocen datos fidedignos.

En el siglo VI a.C. Pitágoras y sus discípulos enseñaban que todo estaba dispuesto según los números, aunque éstos se circunscribían a los números enteros, y dentro de ellos, a los números naturales. Las fracciones se consideraban simplemente como ratios entre números naturales; por ello fue una decepción enorme cuando descubrieron que la raíz de 2 ($\sqrt{2}$), la hipotenusa de un cuadrado ideal de lado la unidad, no podía expresarse como ratio entre dos números naturales.

Los pitagóricos, según el testimonio de Anatolio, obispo de Leodicea hacia el año 280, fueron los primeros en utilizar el nombre de «matemáticas», que era considerada como «la Ciencia», lo cual es comprensible si se piensa que para ellos las matemáticas eran el conocimiento de los números y de las figuras geométricas, aspectos considerados a su vez como la esencia de la realidad.

Pitágoras y sus discípulos descubrieron la relación existente entre la distancia de una cuerda estirada y el sonido que produce su tañido. Notaron que si una cuerda dada se acortaba a un 1/2 de su distancia original, el tono producido era una octava mayor que el preliminar. De ahí que las cuerdas que mantienen la proporción de 1:2 produzcan sonidos que conservan la armonía.

En cuanto al teorema que relaciona los tres lados de un triángulo rectángulo («la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa»), teorema que lleva el nombre de Pitágoras, parece ser que éste se lo apropió de los babilonios, quienes ya lo aplicaban a la resolución de problemas. Los babilonios también conocían los «tripletes pitagóricos», esas igualdades de la forma $x^2 + y^2 = z^2$ que permiten duplicar cuadrados. Lo que sí fue descubrimiento de los pitagóricos fue la representación triangular del 10, que denominaron *tetraktys* (como se verá más adelante).

En cualquier caso, las ideas pitagóricas, la creencia de que el número lo permea todo, que todo se basa en los números, han sobrevivido hasta nuestros días y siguen influyendo en el pensamiento actual, tanto en el científico como en el más propio de los extrarradios de la racionalidad.

LA MÍSTICA PITAGÓRICA

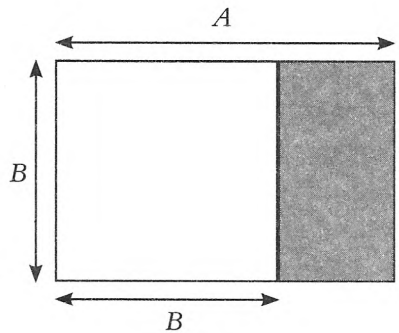
El pensamiento pitagórico, si bien dominado por las matemáticas, era a la vez profundamente místico; así, entre los pilares de su doctrina, figuraban las ideas de la inmortalidad de las almas y su transmigración, por la que tras la muerte de una persona su alma pasaría a otro cuerpo. No hay acuerdo sobre si el mismo Pitágoras impartía enseñanzas en esta área, pero muchos eruditos creen que la citada idea pitagórica de la transmigración de las almas es demasiado importante como para haber sido añadida por un seguidor posterior. Diógenes Laercio (hacia el año 200 a.C.), en su clásico libro *Vidas, opiniones y sentencias de los filósofos más ilustres,* daba cuenta de en qué consistía la cosmogonía pitagórica: «El principio de todas las cosas es la mónada o unidad; de esta mónada nace la dualidad indefinida que sirve de sustrato material a la mónada, que es su causa; de la mónada y la dualidad indefinida surgen los números; de los números, puntos; de los puntos, líneas; de las líneas, figuras planas; de las figuras planas, cuerpos sólidos; de los cuerpos sólidos, cuerpos sensibles, cuyos componentes son cuatro: fuego, agua, tierra y aire; estos cuatro elementos se intercambian y se transforman totalmente el uno en el otro, combinándose para producir un universo animado, inteligente, esférico, con la tierra como su centro».

Pitagóricos celebrando la salida del sol, *óleo de Fyodor Bronnikov. Las enseñanzas de esta escuela filosófica suponían una curiosa combinación de, entre otras materias, matemáticas, música y misticismo.*

Los números míticos

En este breve repaso histórico no se analizarán en detalle los dos números más importantes de la Antigüedad (el número de oro y el número pi), ni tampoco se abordará el fructífero terreno de los números primos. Tan sólo se dará aquí una breve descripción de su concepto e importancia.

El número de oro o proporción divina (también denominado número dorado y razón áurea) se representa con la letra griega Φ, pronunciada «fi», en honor del escultor Fidias, que al parecer lo utilizaba como proporción de valor estético para realizar sus figuras. Este número es una proporción muy peculiar que se da en un rectángulo con propiedades también singulares y que se conoce como «rectángulo de oro»: aquel que se forma con un cuadrado y un añadido que sale del primero, de tal manera que, siendo B la distancia de la base del cuadrado original y A la distancia de la base del nuevo rectángulo formado, se dé la proporción $A/B = \Phi = 1{,}6180339...$ Este ratio o proporción es el número de oro de los pitagóricos.



La singular propiedad de esta figura geométrica estriba en que si se le quita el cuadrado que forma $B \times B$, los lados del nuevo rectángulo resultante (la parte sombreada de la figura anterior) mantienen la misma proporción que el original. Esta propiedad se da únicamente en los rectángulos de oro. El número áureo posee tales características, tanto aritméticas como estéticas, que ha merecido una voluminosa bibliografía.

Por su parte, el número pi (π), que todos recordamos por haberlo estudiado en la escuela, es, quizá no esté de más aclararlo, una fracción o número decimal que expresa la proporción entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. Su valor es 3,14159..., pero para uso escolar se reduce a 3,1416. Sobre este número también abundan los libros y tratados específicos.

Los números primos, por último, son aquellos que sólo son divisibles por sí mismos y por la unidad. Esta propiedad, aparentemente simple, les confiere unas características tan singulares que los ha convertido en los números más estudiados. También poseen otra particularidad que los hace enormemente singulares: existen en cualquier sistema de numeración, no sólo en el decimal. Si nuestro sistema de numeración fuese de base 36, o 12, también existirían los números primos.

Los primeros números naturales y su importancia

En la Antigüedad, y nos referimos a la Antigüedad grecolatina, norteafricana y de Oriente Medio, poseen especial relevancia los primeros diez números naturales. Examinémoslos con detalle.

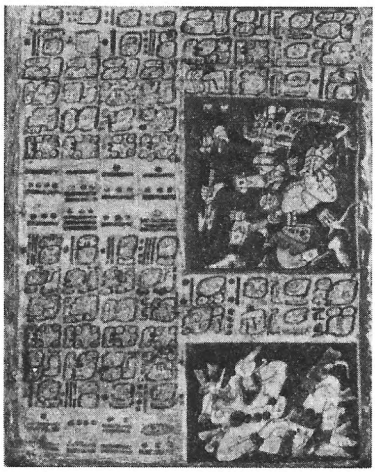
El 0, ese concepto resbaladizo

Antes de empezar por los números naturales, conviene, sin embargo, hacer algunas reflexiones sobre los orígenes del concepto del 0. Varias civilizaciones antiguas, como la de Babilonia, Egipto y Grecia, así como la cultura maya, poseen documentos de carácter matemático o astronómico que muestran símbolos indicativos del valor 0, aunque, por diversos motivos, no se supo sacarles un rendimiento matemático. En el antiguo Egipto, por ejemplo, en el papiro Boulaq 18, datado hacia el año 1700 a.C., el 0 estaba expresado mediante el signo *nfr*. Los babilonios también se acercaron a este sutil concepto: en tablillas de casi 2.500 años de antigüedad aparece el signo de doble clavo o de doble espiga que tiene el significado de «vacío», aunque éste no parece haber sido pensado en el sentido de «nada» (lo que se obtiene de restar la misma cantidad, por ejemplo). Es por ello que en un texto matemático de Susa, el escriba, no sabiendo expresar el resultado de quitar 20 a 20, concluye: «20 menos 20... tú ves».

En otras entradas, el comentario es más explícito: «El grano se ha agotado». Pero ésta no fue la única forma en la que los babilonios designaron este resbaladizo concepto. En una tablilla datada hacia el 700 a.C. y que fue encontrada en la antigua ciudad mesopotámica de Kish, se utilizaba un signo de «tres ganchos». En otras tablillas se usa un solo «gancho» y, en algunos casos, su deformación se asemeja a la forma actual del 0.

Ptolomeo, en su *Almagesto*, escrito hacia el año 130, solía utilizar el símbolo de «vacío» entre dígitos o al final de la cifra, pero no lo hacía como número sino como un signo de anotación. Los romanos, por su parte, no dieron uso alguno al 0.

En cambio, el 0 fue utilizado en Mesoamérica ya antes de nuestra era. Los mayas usaron el concepto, tal y como documenta un jeroglífico que se remonta al año 36 a.C. Sin embargo, fue en la India donde se formalizó este valor de vacío dentro del uso matemático; un gran logro que veremos en el capítulo 4.



Los mayas tuvieron profundos conocimientos matemáticos que incluían el uso del 0. En la ilustración, un fragmento del denominado Códice de Dresde, el cual se centra en cuestiones astronómicas y contiene cálculos sorprendentemente sofisticados.

El 1

Curiosamente los griegos no consideraban el 1 como número, pues aceptaban la autoridad de Euclides, para quien un número es un agregado compuesto de unidades, y el 1 no lo era. Para ellos el 1 era la mónada, la unidad indivisible de la que surgían todos los demás números. Esto era así porque el 1 venía después del vacío, de la nada, y no del 0, ya que los griegos, al igual que otros pueblos aledaños, no llegaron a concebir tal concepto. Los griegos advirtieron que cuando añadían un 1 a un número par lo convertían en impar, y viceversa, si lo añadían a un número impar lo convertían en par. Es por ello que lo tenían por un árbitro, un comodín que cambiaba, por adición, la categoría par/impar de cualquier número.

El 1 está presente en las primeras manifestaciones numéricas del ser humano. Los hombres del Paleolítico empezaron marcando signos unitarios para establecer sus series numéricas. Se cree que cuando el hombre descubrió el 1, se descubrió a sí mismo como individuo. Para el islam el 1, la unidad, es el símbolo de la divinidad; también se lo identifica con la luz. En el alfabeto hebreo el 1 es considerado un número macho y simboliza, junto con la primera letra, el *aleph*, la fuerza divina penetrante: es la separación de la luz de las tinieblas; en el *Sefer Yetzirah* (*Libro de la Creación*) se dice que todas las palabras y todas las formas derivan del Único Nombre.

UN SENCILLO CAMINO HACIA EL 1

Existen unas sencillas reglas aritméticas que permiten, desde la altura de cualquier número, regresar al 1, a la unidad, a la mónada indivisible. Es el único número que posee esta propiedad. El proceso consiste en tomar cualquier número entero y practicar con él tres sencillos pasos:

1. Si el número es par, dividirlo por 2.
2. Si el número es impar, multiplicarlo por 3 y añadirle 1.
3. Repetir el proceso hasta llegar al 1.

Tómese, por ejemplo, el número 17. Como es impar, se multiplica por 3 y se le añade 1; se obtiene el número 52. Se divide por 2 y se obtiene 26. Se vuelve a dividir por 2 y se obtiene 13. Como 13 es impar, se multiplica por 3 y se le añade 1; se obtiene 40. Se divide por 2 y se obtiene 20, que a su vez da 10 al dividirlo por 2, que a su vez se convierte en 5 al dividirlo de nuevo por 2. Como 5 es impar, se multiplica por 3 y se le añade 1; se obtiene 16. Como es par, se divide por 2, que da 8, que al dividirlo de nuevo por 2 (es par), da 4, que al dividirlo por 2 da 2, que al dividirlo por 2 da la unidad buscada.

Puede realizarse el mismo juego con cualquier otro número y, si bien la conjetura no está todavía demostrada, se llegará a la unidad. Pruébenlo.

El 1 posee una cualidad singular que también detectaron los griegos: produce más por adición que por multiplicación. De hecho, es el único número natural (hoy se acepta que es un número) que goza de esta peculiar propiedad. Aritméticamente, el 1 posee características singulares: es su propio factorial, su propio cuadrado, su propio cubo y así con todas las potencias. La forma del 1 tal y como hoy la conocemos procede de la India, donde se representaba, sin embargo, como un trazo horizontal.

El 2

En la Antigüedad el 2 tuvo importancia filosófica y teológica, pues este número permite la dualidad, el enfrentamiento de dos principios opuestos: el bien y el mal, lo par y lo impar, el espíritu y la materia. En lo que concierne a las religiones, el maniqueísmo es quizá la más pura expresión de este sistema, pues se fundamenta en una concepción dualista de la divinidad y el cosmos. También, en filosofía, la díada representa el principio de no contradicción, así como el principio de la oposición

entre el yo y el no-yo, lo que para la mística china es el yin y el yang. En concreto, el 2 se identifica con el signo yin, lo femenino y lo terrestre.

Los pitagóricos, por su parte, consideraban los números pares femeninos porque poseen la facultad de división por esciparidad (bipartición); los impares, por oposición, fueron considerados masculinos. No obstante, los griegos dudaban en atribuir al 2 cualidad de número, puesto que, aducían, tenía un comienzo y un fin pero no tenía medio.

En la simbología esotérica, el 2 representa el eco, el reflejo y, por ende, el conflicto, la contraposición: la inmovilidad momentánea cuando las fuerzas son iguales. Geométricamente, se expresa por dos puntos, dos líneas o un ángulo; asimismo representa la sombra y la sexuación de todo el dualismo (Géminis). El 2 simboliza el crisol de la vida y encierra los dos polos opuestos: bien y mal, vida y muerte. Por eso el 2 es el número de la *magna mater* y todas las ramas del esoterismo lo consideran nefasto.

En la cábala el 2 representa la sabiduría. Sin embargo, para santo Tomás la dualidad era un número infame. En numerología el 2 se corresponde con el héroe solar de la mitología: Apolo, el dios del sol que recorre el firmamento en un carro dorado.

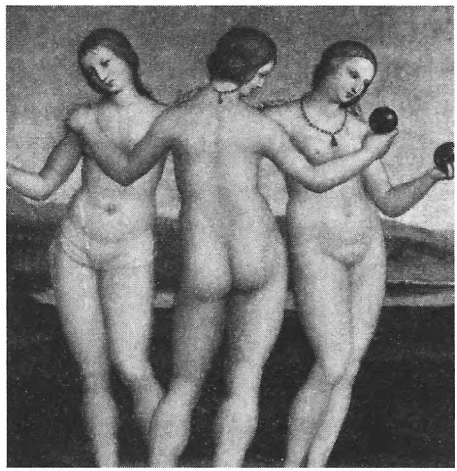
Desde el punto de vista matemático, y esta circunstancia ya fue percibida en la Antigüedad, el 2 es el único número primo par. Sólo por eso merecería un puesto de privilegio en el Olimpo de los números.

El 3

En la Antigüedad el número 3 era considerado como el símbolo de la creación perfecta y de la unidad divina. De hecho, parece como si en el interior de los hombres existiera la tendencia a agrupar en ternas las concepciones de la mente; así, por ejemplo, se quiere repetir una experiencia o un esfuerzo tres veces, antes de desistir. En los anales más antiguos se hallan referencias a esta estructura ternaria: tres tesoros, tres voces, tres admoniciones, tres pruebas, etc.

Para los griegos, el 3 era el primer número impar y masculino (considerando que la unidad era más un principio que un número). El 3 es también el primer número triangular. Estos números triangulares, o sus imágenes geométricas bajo la forma de reuniones de 3 puntos, proporcionan el principio geométrico de formación y crecimiento de todas las figuras regulares planas y sólidas de tres dimensiones. Los griegos lo asociaron con el triángulo, por poseer esta figura geométrica tres lados y tres ángulos.

Por otra parte, el 3 es un número omnipresente en los relatos mitológicos de la Antigüedad: así, por ejemplo, hay tres Furias en las regiones infernales, tres Moiras, tres Gracias, tres veces tres musas y Paris tuvo que elegir entre tres diosas.



Las tres Gracias, *lienzo de Rafael realizado en 1504. La agrupación en ternas es una constante de la creación humana desde el principio de los tiempos.*

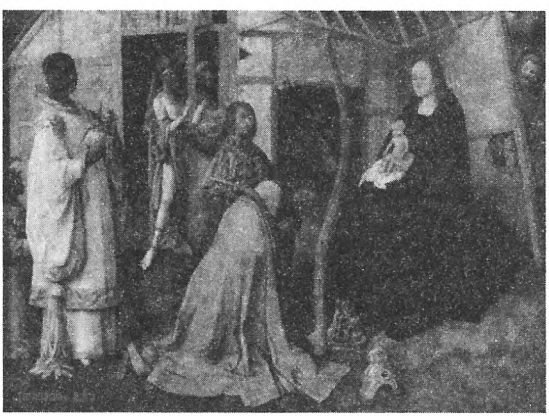
En el antiguo Egipto los dioses o entidades con propiedades divinas se agrupaban en tríadas. Las principales fueron la de Tebas (Amón, Jonsu y Mut); la Osiríaca (Osiris, Isis y Horus) y la de Menphis (Ptah, Sejmet y Nefertum).

En la numeración hebrea y griega la *gamma* representa al número 3, y no hay corriente mística ni religiosa en la que tal cifra no exprese algún concepto de suma trascendencia. En concreto, los hebreos poseen numerosas prácticas y preceptos que se basan en el número 3. Ya en el Génesis (18:1-19) se habla de tres ángeles que en forma humana se le aparecieron a Abraham. Pero es en el Talmud donde más proliferan las referencias al número 3; así, se dice: «Nuestros rabinos han enseñado que el Santo, bendito sea, llora cada día por tres clases de personas: por la que puede dedicarse a estudiar la Torá y no lo hace; por la que carece de la capacidad suficiente para estudiar la Torá y, no obstante, lo hace, y por el gobernante que gobierna la comunidad con prepotencia». En el mismo libro se dice: «A tres personas alaba el Santo, bendito sea, cada día: el soltero que vive en una gran ciudad y no peca, el pobre que devuelve a su propietario un objeto perdido y el rico que paga los diezmos sin presumir». El 3 incluso está presente a la hora de asignar castigos y salvaciones: «Todos los que desciendan al infierno subirán, salvo tres que descenderán pero no

subirán. Estos tres son: el que comete adulterio con mujer casada; el que avergüenza a su prójimo públicamente y el que aplica un apodo insultante a su prójimo». Siguiendo con los castigos eternos, y con el Talmud, la escuela de Shammay enseña que en el día del juicio existirán tres grupos: «Uno será el de los completamente rectos; otro, el de los completamente perversos, y otro, el de los que no son ni una cosa ni la otra. Los totalmente rectos quedarán inscritos y sellados inmediatamente para el cielo. Los totalmente perversos serán inscritos y sellados inmediatamente para el infierno. Los que no son ni una cosa ni otra, bajarán al infierno, aullarán y luego ascenderán».

Para la secta persa de los mazdekíes (su fundador, Mazdek, nacido en Jorasán, fue un reformador de ideas comunistas que encontró un adepto en el rey persa Kavadh, que vivió entre los años 488 y 531), el universo estaba constituido por tres elementos: el agua, el fuego y la tierra. De su mezcla provenían el bien y el mal.

En la liturgia y la doctrina cristiana, el 3 es un número afortunado y lleno de significaciones. Tres son los integrantes de la Santísima Trinidad: Dios Padre, Dios Hijo y el Espíritu Santo; los pecados principales: avaricia, lujuria y orgullo, y las formas de pago: ayuno, limosna y oración; las personas ofendidas por el pecado: Dios, el propio pecador y su vecino; los grados de penitencia: contrición, confesión y expiación; las virtudes teologales: fe, esperanza y caridad; los peligros del mundo *(Tria sunt pericula mundi: Equum currere, navigare et subtyranno vivere)*; los enemigos del alma: el demonio, el mundo y la carne; y tres veces negó Pedro a Cristo, por citar tan sólo unos pocos de los usos trinitarios que aparecen ya en el cristianismo primitivo. Para san Agustín, el 3 representaba el alma y era de alguna manera una imagen de la divinidad.



Fragmento de La Adoración de los Magos, *tríptico de El Bosco realizado entre finales del siglo xv y principios del xvi. La religión cristiana es muy rica en todo tipo de tríadas.*

En el mundo celta se repiten continuamente las tríadas o la triplicación. Las cosas se preguntan tres veces, las diosas se presentan de tres en tres y ciertas figuras de piedra que representan a diminutos seres encapuchados que traen buena suerte aparecen siempre en grupos de tres; se cree que el número 3 refuerza su poder. El 3 aparece también en la leyenda que narra la búsqueda que impone el dios Lug a los tres hijos de Tuirenn en compensación por el asesinato de su padre Cian: han de buscar las tres manzanas del jardín de las Hespérides; quien coma de ellas no tendrá hambre ni sed, ni padecerá dolor, ni enfermedad. Para los celtas, tres veces la edad del perro es la del caballo; tres veces la edad del caballo es la del hombre; tres veces la edad del hombre es la del ciervo; tres veces la edad del ciervo es la del águila.

Otra peculiaridad de los celtas, ya recogida por Julio César, se refiere a su predilección por la forma oral sobre la escrita a la hora de transmitir sus conocimientos. Los druidas prefirieron la memoria a la escritura. Para ello se ayudaban de sofisticadas estrategias nemotécnicas, siendo la más frecuente la tríada, reuniendo los elementos en grupos de tres. Las leyes, las reglas poéticas y el conocimiento tradicional en general quedaban por ello agrupados en tríadas: «Hay tres cosas que es mejor hacer rápido: atrapa una pulga cuando la sientas, evita el camino de un perro rabioso y suaviza las contiendas»; «Las tres fuentes de la sabiduría: pensamiento, intuición, aprendizaje», etc.

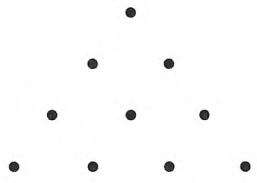
Es posible que detrás de la tríada, que se da prácticamente en todos los pueblos, se encuentre el esquema de la familia: padre, madre y vástago («tres forman una sociedad» era una máxima jurídica basada en el derecho romano). Y quizá también un modo de pensar en ciclos de tres: principio, intermedio y fin; o tesis, antítesis y síntesis. El caso es que el 3 es un número de extraordinario dinamismo y riqueza simbólica.

LA IRA DEL MONARCA Y LOS TRES TROZOS DE PERGAMINO

Azdaschir, rey de Persia, tenía un secretario cuya misión era llevar tres trozos de pergamino durante las horas de audiencia, colocarse al lado del trono y observar el estado de ánimo de su soberano. Si el rey montaba en cólera, el secretario le entregaba el primer trozo. En caso de no surtir efecto la lectura y aquél continuara enfadado, el secretario le entregaba el segundo, y si persistía en su enfado le entregaba el tercero. El primer pergamino decía así: «Cálmate, pues no eres un Dios, sino de carne y hueso, sujetos a convulsionarse y a destruirse entre sí». En el segundo había este segundo axioma: «Apiádate de tus súbditos si quieres que Dios se apiade de ti». Y en el tercero figuraba la siguiente sentencia: «Los que adoran al Dios único tienen, cuando menos, derecho a la justicia de un mortal».

El 4

Para los pitagóricos, la tétrada o número 4 participaba por un lado de un rasgo de la díada, de la que era el cuadrado y, por otro, del cariz sagrado de la *tetraktys*, cuarto número triangular, pero también símbolo figurado de la década, tal y como se aprecia en la figura siguiente.



El diagrama de la *tetraktys* fue para los miembros de la cofradía pitagórica un símbolo esotérico tan importante como el pentagrama. Para los pitagóricos, el 4 y el 8 se asociaban con la armonía y la justicia, representando el primero los cuatro elementos: tierra, aire, fuego y agua, simbolizados a su vez por el cubo, el octaedro, el tetraedro y el icosaedro. El 4 es el número femenino por excelencia y se le identificaba con la figura geométrica del cuadrado, pues tenía cuatro lados y cuatro ángulos. Los números divisibles por 4 eran para los griegos los «pares-pares».

Dentro de la tradición cristiana, el 4 aparece en el Antiguo Testamento al ser cuatro el número de ríos del paraíso, uno en cada una de las direcciones; lo que al parecer decidió la elección de que sólo hubiera cuatro evangelios. Para san Agustín el 4 representaba el cuerpo, en razón de sus cuatro cualidades.

En el Talmud se dice que el padre tiene cuatro obligaciones en relación con su hijo: circuncidarlo, rescatarlo, buscarle esposa y enseñarle un oficio. (Algunos añaden: «Y enseñarle a nadar», pero esta quinta obligación es desdeñada por tardía.)

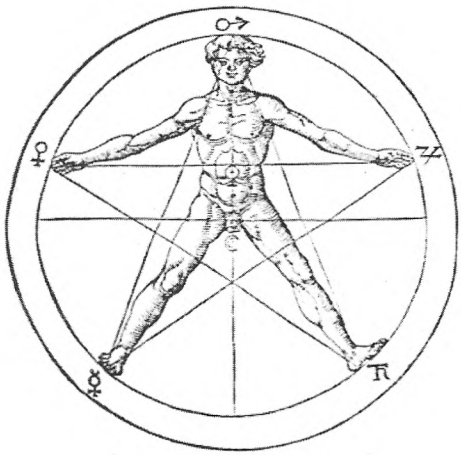
En la secta persa de los mazdekíes, Dios estaba sentado en su trono como un soberano; ante Él había cuatro fuerzas: discernimiento, inteligencia, memoria y alegría.

En las principales religiones monoteístas el nombre de Dios tiene, fonológicamente, cuatro letras. Así para hebreos, egipcios, árabes, persas, mahometanos, griegos, turcos y latinos: Theut, Alla, Sire, Orfi, Abgdi, Theos, Essar y Deus.

El 5

El número 5, o péntada, era para los pitagóricos casi tan importante como la década, de la que era la mitad y su imagen reflejada, condensada. Está compuesto por el

primer número impar, masculino (3) y el primer número par, femenino (2), cualidad que le valió entre los griegos una consideración erótica o amorosa, pasando a ser el número del amor o número de Afrodita; por extensión, lo asociaron también con el matrimonio. El emblema geométrico del 5 es el pentagrama, estrella regular de cinco puntas, que se convirtió en contraseña secreta y símbolo geométrico de la cofradía pitagórica. Este símbolo, al parecer, ya era conocido por los babilonios, de cuyo acervo seguramente lo tomaron los griegos.



Cuerpo humano incluido en un pentagrama y rodeado de símbolos astronómicos, dibujo perteneciente al Tercer libro de la filosofía oculta, *de Cornelio Agripa. Desde la Antigüedad, el número 5 ha tenido numerosas implicaciones esotéricas.*

El 5 es el valor de la hipotenusa del triángulo pitagórico (o rectángulo) más pequeño, aquel compuesto por los lados 3, 4 y 5. Los pitagóricos también llamaban al 5 «naturaleza», porque al multiplicarse por sí mismo daba un número terminado en sí mismo. Es por esa propiedad el menor de los números «automorfos». Por su parte, Platón reconocía sólo cinco sólidos: el regular tetraedro, el cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro; todos, menos el cubo, bautizados en función del número de sus lados. La Torá, para los judíos «la Ley», se compone del *Pentateuco,* o cinco libros sagrados, o los cinco libros de Moisés: *Génesis, Éxodo, Levítico, Números* y *Deuteronomio.*

El 5 también es un número de buena suerte dentro de la religión y las tradiciones islámicas, y por ello prolifera en sus enseñanzas y preceptos. Existen cinco *takbir* de la profesión de fe musulmana, *Allah huwa akbar* («Dios es grande»); son cinco las plegarias

de la jornada; hay cinco días dedicados a Arafat; son cinco los elementos fundamentales de la peregrinación a La Meca; fueron cinco los testigos del pacto de la *Mubahala,* y hay cinco claves coránicas del misterio (Corán, VI, 59; XXXI, 34). Otras referencias a este número son el jueves, cuyo nombre en árabe es *al khiimis* (el quinto), considerado día favorable, los cinco bienes consagrados para el diezmo, los cinco motivos de ablución, los cinco tipos de ayuno, el pentagrama de los cinco sentidos y del matrimonio, las cinco generaciones que marcan el fin de la venganza tribal, etc.

El 6

El 6 fue definido por Euclides como número perfecto porque es la suma de sus factores ($6 = 1 + 2 + 3$). Si a ello se añade que también es el resultado de la multiplicación de esos mismos factores ($6 = 1 \cdot 2 \cdot 3$), nos encontramos con un número muy peculiar. Para los pitagóricos el 6 representaba la estabilidad y el equilibrio, pues lo representaban como la unión por su base de dos triángulos equiláteros, una figura de seis lados iguales. También lo asociaron con el matrimonio y la perfecta unión de los sexos porque $6 = 3 \cdot 2$, donde 3 es el primer número masculino y 2 el primer número femenino.

En el Talmud el 6 aparece a menudo agrupando características o propiedades, como en los siguientes casos: «Seis cosas caracterizan a los seres humanos: tres de ellas los asemejan a los ángeles y tres, a los animales. Las tres que los asemejan a los ángeles son que, como ellos, poseen inteligencia, caminan erguidos y hablan la lengua sagrada. Las tres que los asemejan a los animales son que, como ellos, comen y beben; engendran y se multiplican; y defecan». «Seis son las cosas cuyo beneficio disfruta el hombre en este mundo, pero cuyo capital le es guardado para el mundo futuro: dar alojamiento al viajero, cuidar del enfermo, el fervor en la oración, darse prisa por ir a la casa de estudio, educar a los hijos en el estudio de la Ley y juzgar al prójimo según sus méritos».

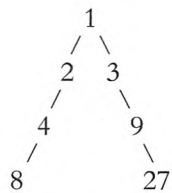
La importancia del 6 en la doctrina cristiana proviene de san Agustín, que lo alabó de esta forma: «El seis es un número perfecto en sí mismo... Dios creó el mundo en seis días porque el seis es un número perfecto. Y permanecería perfecto, incluso si la labor de seis días no hubiera existido». San Agustín distinguía también seis grados en la evolución del hombre interior y nuevo. A pesar de la opinión favorable de este Padre de la Iglesia, algunas sectas cristianas creían que el 6 era el número del diablo, pues aducían que la serpiente tentó a Eva en la sexta hora del sexto día de la creación.

Para magos y alquimistas, el 6 personifica la naturaleza organizada, *natura naturata*, dado que representa el número de caras del cubo.

El 7

La fuerza simbólica del número 7 reside en la idea del triángulo agregado al cuadrado, es decir, la fortaleza y robustez del 4 sosteniendo la elegancia y la perfección del 3. Este acoplamiento geométrico poseía el valor de un ciclo completado, la unión de un estado primario y uno secundario. Es por esta fuerza irradiante del ciclo que los días de la semana fueron siete, y las etapas de la vida del hombre se dividieron en periodos de siete años cada uno. Muchos otros fenómenos de naturaleza mística fueron medidos también por elementos de siete. En palabras de Hipócrates: «El número siete, por sus virtudes ocultas, tiende a realizar todas las cosas; es el dispensador de la vida y la fuente de todos los cambios, pues incluso la luna cambia de fase cada siete días. Este número influye en todos los seres sublimes».

Esta idea de engendrador de todas las cosas fue recogida por Platón en su *Timeo*, en el que describe por medio de este personaje la secuencia de siete números que dieron vida al universo. Estos números eran 1, 2, 3, 4, 8, 9 y 27, que se colocaban en figura de lambda, tal y como se muestra a continuación.



Para los pitagóricos el 7 era el emblema de la virginidad, debido a la imposibilidad de dividir un círculo en siete segmentos iguales en una construcción euclidiana, mientras que es posible hacerlo en tres y cinco segmentos.

El 7 es el número sagrado por excelencia. Aparece así revestido en la mística caldea y hebraica, y en la Biblia se cita con frecuencia en situaciones donde se requiere un poder mágico o sobrenatural, como cuando Dios dio instrucciones a Josué para la toma de Jericó: le ordenó que el séptimo día siete sacerdotes portaran ante el arca siete trompetas, y tocándolas, dar siete vueltas a las murallas de la ciudad. El poder mágico del numeral surtió efecto y las murallas de Jericó se desplomaron.

El apóstol san Juan introdujo el 7 en el Apocalipsis. En su relato-visión había un cordero que tenía siete cuernos y siete ojos, que recibió un rollo que contenía los secretos del destino del hombre, y que tenía siete sellos. Al soltar los cuatro primeros sellos aparecieron los cuatro jinetes del Apocalipsis. Al soltar el quinto sello, aparecieron los mártires de la persecución romana al pie del altar. Cuando se abrió

el sexto sello apareció el día de la ira: el sol se volvió negro, la luna se tiñó de sangre, las estrellas del cielo cayeron a la tierra y montes e islas se desplazaron de lugar. Cuando el cordero soltó el séptimo sello se hizo silencio en el cielo durante media hora. Entonces aparecieron siete ángeles con trompetas y mientras anunciaban nuevos desastres, caía sobre la tierra granizo, fuego y sangre.

La denominada «ramera de Babilonia» sobre la bestia de siete cabezas, aquí reproducida de un grabado alemán de autor anónimo, protagoniza uno de los pasajes del Apocalipsis. El número 7 tiene un gran protagonismo en este libro bíblico.

Según una antigua tradición talmúdica, las cosas tienen siete lados: seis de ellos determinados por los dos sentidos de cada una de las dimensiones espaciales, mientras que el séptimo está constituido por el aspecto interior.

El 7 aparece también en la tradición judía en torno al concepto de *Shamayim*, o multiplicidad de cielos: siete cielos o palacios (*Heikhalot*) que eran la ruta mística de ascensión del alma. El primer cielo, o *Shamayim*, es el reino de vientos y nubes, y allí moraron Adán y Eva; el segundo es *Raquia*, reino de la oscuridad, donde custodian a los ángeles caídos; el tercero es *Sagun*, donde están el infierno y el paraíso; el cuarto es *Machonon*, donde se sitúa Jerusalén la santa; el quinto es *Mathey*, morada de Dios, de Aarón y de los ángeles vengadores; el sexto es *Zehbul*, la cárcel de los ángeles caídos, eufemismo de demonios; y el séptimo y último, el más perfecto, es *Araboth*, donde está el trono de Dios. Estos siete palacios de siete moradas, por donde debía ascender el alma del místico, fueron luego tomados por los místicos occidentales, Santa Teresa (*Las siete moradas*) y San Juan de la Cruz,

LOS SIETE BRAZOS DEL CANDELABRO

Hugo Pratt, dibujante italiano de antepasados sefarditas, evoca en su libro *Fábula de Venecia* el gueto de esta ciudad e imagina una «Corte Sconta, detta Arcana» (un Patio Secreto, llamado de los Arcanos), a la que se accede después de abrir siete puertas; una vez en su interior, el protagonista ilumina su paso con el *menorah* o candelabro de siete brazos. Cada vez que se abre una de las puertas se extingue una vela. El gueto mismo, en su extrema interioridad, reproduciría así la estructura del símbolo.

que desde una óptica simbólica cuya fuente explícita es el Apocalipsis, manifiesta (Cant. 2, 4): «De manera que si venciere al demonio en lo primero, pasará a lo segundo; y si también en lo segundo, pasará a lo tercero; y de ahí adelante todas las siete mansiones, hasta meterla el Esposo en la cela vinaria de su perfecta caridad, que son los siete grados de amor». Scholem describe de modo parecido la misma ascensión: «Cuando ascendí al primer palacio era piadoso (*hassid*); en el segundo, era puro (*tahor*); en el tercero, justo (*yashar*); en el cuarto estaba en unión con Dios (*tanim*); en el quinto mostraba santidad ante Dios; en el sexto decía la *kedusha* ante Él, para que los ángeles guardianes no pudieran hacerme mal; en el séptimo palacio me yergo con todas mis fuerzas y, mientras tiemblan todos mis miembros, digo la plegaria siguiente: ¡Gloria a Ti que me has exaltado, gloria a Ti en lo más alto de las moradas de la grandeza!».

En el islam, el número 7 goza de gran prestigio: hay siete cielos, siete tierras, siete mares; siete son los pisos del infierno; se dan siete vueltas alrededor del templo de La Meca. Hay siete noches santas, siete días nefastos. Deben saltarse siete veces las hogueras del Anzara, en las que se queman siete plantas diferentes; se hacen siete genuflexiones sobre siete apoyos, y la *fatihal*, o capítulo de apertura del Corán, consta de siete versículos.

El 7 también aparece como símbolo en la mitología griega: siete eran las Hespérides; siete, los jefes que atacaron Tebas (y los que la defendieron); siete, los hijos y las hijas de Níobe. Platón concibió una sirena celeste cantando sobre cada esfera y esas «siete sirenas de las esferas» deben asimilarse a las siete hadas de las leyendas y cuentos folclóricos (una por cada dirección del espacio y el tiempo). Según algunos autores, estas hadas se corresponden con los siete *lipíki* del esoterismo hindú (espíritus relacionados con cada plano humano: sensación, emotividad, inteligencia reflexiva, intuición, espiritualidad, voluntad y presciencia de lo divino).

El 8

Los egipcios veneraban a un grupo de cuatro pares de dioses denominado *Smun* («Los ocho»), que personificaban las fuerzas primigenias del caos: Nun y su esposa Naunet simbolizan el agua primordial; Kuk y Kauket, las tinieblas; Hah y Hauhet, la eternidad del espacio, y Amón y Amaunet, la invisibilidad.

En el Talmud se indica que, en recuerdo del mandato de encender velas en Janucá, es necesario encender una lámpara por cada hombre y su hogar; el que es escrupuloso enciende una lámpara por cada individuo de la casa y el muy escrupuloso enciende ocho lámparas el primer día y gradualmente va disminuyendo su número a razón de una por día. Esto enseña la escuela de Shammay; sin embargo, la escuela del rabino Hillel señala que debe encenderse una el primer día y luego irse aumentando progresivamente hasta llegar a ocho. Para los griegos, desde el punto de vista aritmético, el 8 era el segundo número cúbico: 2^3.

El 9

Para los pitagóricos el 9 era el cuadrado del primer número masculino y la suma de dos números triangulares consecutivos. Para los hebreos, el 9 era el símbolo de la verdad, ya que posee la característica de que multiplicado se reproduce a sí mismo (según la adición mística).

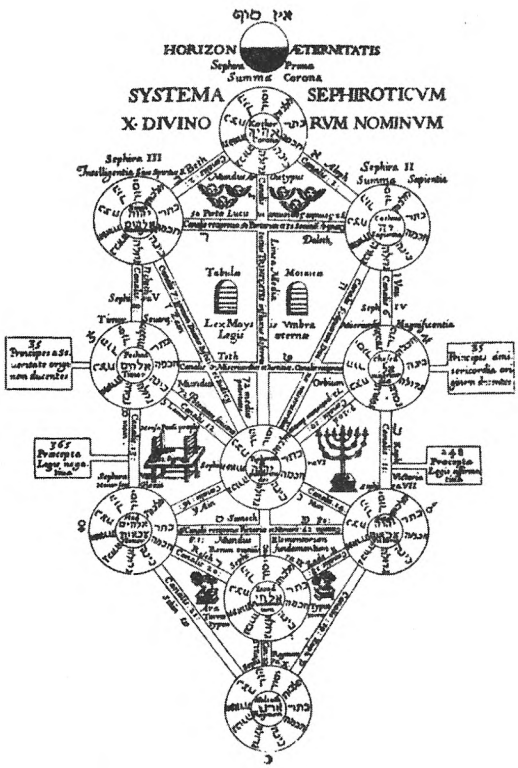
El 9 juega un papel importante en la mitología griega. Piénsese en las musas, hijas de Zeus y Mnemósine, que protegían las artes, las ciencias y las letras. Se suelen contar ordinariamente nueve: Calíope, Clío, Melpómene, Talía, Euterpe, Terpsícore, Erato, Polimnia y Urania. Nacieron en la cumbre del Piero y moraron sucesivamente en el monte Parnaso de doble cima, en la Fócida, en el Pindo, en Tesalia, en el Helicón y en Aonia o Beocia, y su cabalgadura era el caballo alado Pegaso. Zeus las reclamaba muy a menudo a su lado en el Olimpo y allí cantaban las maravillas de la naturaleza, alegrando con sus armonías a la corte celestial.

El 10

La década constituyó en la Antigüedad un modelo de perfección que reflejaba un orden divino. Para los pitagóricos el 10 era «el número del mundo», pues reunía una triple cualidad: ser el doble de la péntada, representar la suma de los puntos contenidos en la *Tetraktys* y ser, como década, el símbolo del cosmos. Fue precisamente el

descubrimiento de los intervalos musicales (la octava de ratio 2:1, la quinta de ratio 3:2 y la cuarta de ratio 4:3) lo que llevó a los pitagóricos a considerar sagrado el número 10, pues diez era la suma de todos los números que formaban estos ratios primordiales: 1 + 2 + 3 + 4 = 10.

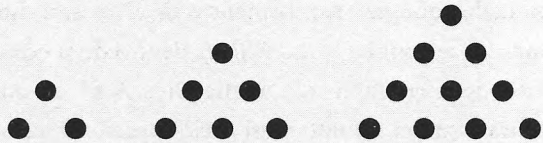
El 10 era para san Agustín el número de la justicia y la beatitud, resultado de sumar la criatura, representada por el 7, con la Trinidad, representada por el 3. Es por ello, argumentaba, que los mandamientos de Dios son diez. Diez también son los *Sefirá* (el conjunto se conoce como *Sefirot*), dentro de la cosmología ideada por el Isaac Luria: «Antes de la creación sólo existía Dios. A fin de que hubiese algo fuera de sí mismo, contrajo su Ser infinito y así abrió espacios. Esta contracción inicial de Dios se llama *Zimzum*. En el espacio creó diez recipientes, o *Sefirá*, a fin de recoger la emanación de la divina luz. De ella emanó a su vez el universo con todo lo que existe, incluida la humanidad».



El 10, número cabalístico por excelencia. En la ilustración, el Árbol de la Vida con los diez Sefirá *según un grabado perteneciente a la obra de Athanasius Kircher* Oedipus Aegyptiacus *(1652).*

NÚMEROS TRIANGULARES Y CUADRADOS

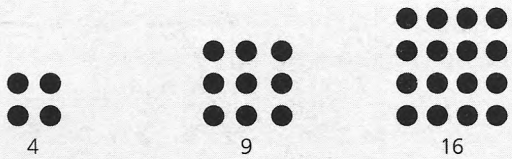
Una costumbre antigua de los griegos fue la utilización de conjuntos de guijarros para representar números. Diferentes números de guijarros podían agruparse según sus formas. Por ejemplo, los guijarros que representan los números 3, 6 y 10 podían disponerse en forma de triángulos:



Estos números se denominaron «números triangulares». Los griegos también se dieron cuenta de que si calculaban sumas consecutivas de números naturales, en el orden en el que se dan en la numeración, siempre se obtenían números triangulares:

$$1 + 2 = 3.$$
$$1 + 2 + 3 = 6.$$
$$1 + 2 + 3 + 4 = 10.$$
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.$$
$$\ldots$$

Siguiendo con la anotación por medio de guijarros, los griegos dieron con otra forma regular en que podían agruparse las piedras: los cuadrados. Por ejemplo, los números 4, 9 y 16 eran expresados del siguiente modo:



Estos números fueron denominados «números cuadrados». Los griegos pronto advirtieron que los números cuadrados se obtenían sumando números impares consecutivos:

$$1 = 1 \cdot 1 = 1^2.$$
$$1 + 3 = 4 = 2 \cdot 2 = 2^2.$$
$$1 + 3 + 5 = 9 = 3 \cdot 3 = 3^2.$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4 \cdot 4 = 4^2.$$
$$\ldots$$
$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2.$$

Otros números notables de la Antigüedad

Además de los diez primeros números naturales, de gran importancia en todos los sistemas simbólico-numéricos de la Antigüedad, hay otros números que también formaron parte del imaginario mágico y místico. A continuación se describen algunos de ellos.

El 12

El 12 ha sido base de sistemas numéricos, como entre los sumerios de Mesopotamia, desde hace unos 3.500 años a.C. Este sistema, inspirado sin duda en el ciclo lunar, poseía (y aún posee) la ventaja de sus grandes posibilidades de divisibilidad (ofrece un mayor número de divisores que el sistema en base 10). Como reminiscencia de este sistema nosotros todavía contamos ciertos productos por docenas.

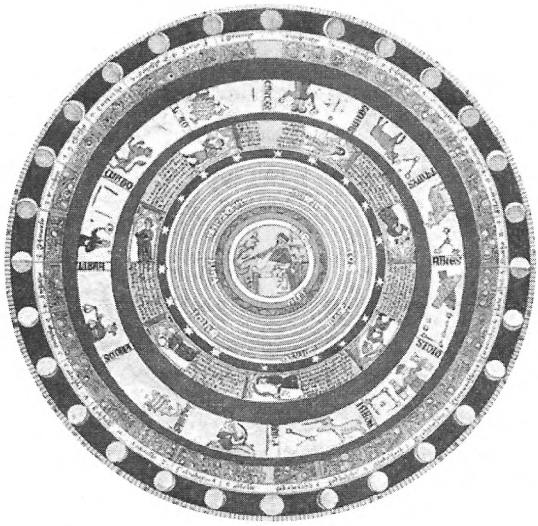
El 12 posee un significado de completitud (quizá derivado de esa mayor posibilidad de divisibilidad) que le hace ser apreciado por los generadores de mitos y religiones. Es por ello que se definieron doce signos del zodíaco, se dividió el día en doce horas, doce meses tiene el año, doce dioses habitan en el Olimpo, hubo doce tribus de Israel y fueron doce los apóstoles.

Rómulo instituyó doce lictores y el Estado etrusco se hallaba dividido en doce ciudades-estados. También doce es el número de días que en el *Levítico* se especifican para la consagración del primer tabernáculo, en el que se ofrecieron 36 bueyes, 144

LOS DOCE TRABAJOS DE HÉRCULES

Hércules, o Heracles en la mitología griega, era un dios, hijo de Zeus, que tuvo que superar doce «trabajos» como penitencia por las atrocidades cometidas en un ataque de locura. Los retos que tuvo que superar el mítico héroe fueron los siguientes: 1. El león de Nemea. 2. La hidra de Lerna. 3. El jabalí de Erimanto. 4. La cierva de Cerinia. 5. Las aves del lago Estínfalo. 6. Los establos de Augías. 7. El toro de Creta. 8. Las yeguas de Diomedes. 9. El cinturón de Hipólita. 10. Los bueyes de Gerión. 11. El can Cerbero. 12. Las manzanas del Jardín de las Hespérides.

Hércules y la hidra, *pintura al temple de Antonio Pollaiuolo.*



Detalle del atlas confeccionado en 1375 por Abraham y Jehuda Cresques, en el que se observa un calendario con los doce signos del zodíaco.

carneros y corderos y 72 machos cabríos, números todos ellos que son múltiplos de 12. También seguía el modelo dodecanario la distribución de la rosa de los vientos (Eurus, Scolans, Notus, Auster, Africus, Euroauster, Zephirus, Stannus, Ireleus, Boreas, Aquilo, Volturnus). Asimismo, esta constitución dodecanaria se halla en los caballeros de la Tabla Redonda y en los históricos Doce Pares de Francia.

El 15

Al 15 se le atribuyeron en la Antigüedad propiedades eróticas y sexuales. En el culto a Ishtar, la diosa babilónica, el 15 era el número sagrado obtenido por la multiplicación del 5 (cinco posturas eróticas) y el 3 (los genitales).

En Roma, el 15 fue elegido para nombrar a los sacerdotes encargados de la custodia y consulta de los libros sibilinos, o de las Sibilas, y por ello se les llamaron los quindecenviros o quindecintiros. Instituidos por Tarquino el Soberbio, empezaron siendo dos (duunviros) y a mediados del siglo IV a.C. aumentaron a diez (decenviros), hasta que el dictador Sila añadió otros cinco (quindecenviros).

El 19

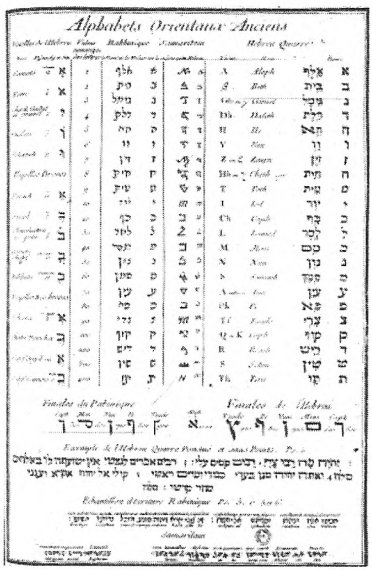
El 19 es un número muy especial para los mahometanos, pues ya sea de forma expresa o como múltiplo escondido, se repite por doquier en el Corán. Veamos algunas de estas referencias: el Corán contiene 114 capítulos, múltiplo de 19; la famosa

invocación «en el nombre de Alá, compasivo y misericordioso» encabeza todos los capítulos menos el noveno, pero aparece dos veces en el vigésimo séptimo, es decir, 114 veces en total; su primera palabra (*ism*) aparece 19 veces en el texto, la segunda (Alá) 2.698 veces (19 · 142), la tercera (*Al-Rahman*) 57 veces (19 · 3) y la cuarta (*Al-Rahmin*) 114 veces (19 · 6). Por último, en el capítulo 74 se dice que el infierno es custodiado por 19 ángeles y que ese número es un enigma para los infieles.

El 22

Dice el *Sefer Yetzirah*, o *Libro de la Creación*, «22 letras están cinceladas por la voz, tejidas en el aire y establecidas por la boca en cinco lugares. 22 letras que Él cinceló, tejió, pesó, cambió, combinó y creó de ellas todas las formas posibles, y todas las formas que en el futuro puedan ser llamadas a existir». El texto se refiere a las 22 letras del alfabeto hebreo; a partir de este dato el número 22 desarrolló una gran importancia simbólica. En realidad, todos los alfabetos de 22 letras se consideran sagrados, por reproducir, según se cree, la construcción de los cielos y la manifestación del Verbo divino en la humanidad. También hay 22 cartas en el arcano mayor de la baraja del tarot. El 22 significa, de alguna manera, completitud.

El estudio de las 22 letras del alfabeto hebreo es lo que constituye la cábala, que fue, y sigue siendo, llave para muchos ocultistas. Pronto se descubrió que existían múltiples composiciones relevantes que se basan en este número. San Juan escribió su


Alphabets Orientaux Anciens

Página de la Enciclopedia *de Diderot y D'Alembert dedicada a los alfabetos antiguos y modernos, en la que figuran las 22 letras del alfabeto hebreo.*

Apocalipsis en 22 capítulos. El *Ars Magna* de Raimundo Lulio consta de 22 capítulos. Asimismo, Eliphas Leví y Stanislao de Guaíta, entre otros, dividen deliberadamente sus enseñanzas en 22 capítulos.

El 26

De la aplicación de la gematría (ver recuadro inferior) le viene al número 26 el ser un número divino para los judíos, pues esa cifra es el total de los valores de las letras hebraicas que constituyen el nombre mismo de YHWH (Y + H + W + H = = 10 + 5 + 6 + 5 = 26).

Para los judíos sefarditas, este número tan especial corresponde al número en el que se anudan los cuatro cordones de los extremos que cuelgan entre los ribetes del chal de oración. De esta forma, los judíos, al rezar, llevan encima el valor numérico del nombre de Dios.

El 40

El número 4 representaba para los antiguos no sólo el cuadrado sino también el cubo; fue empleado para significar algo que estaba completo, lleno, sólido, firme, fijo, permanente y duradero. Al multiplicarlo por 10 la fuerza simbólica del 4 adquiere su grado máximo. Por lo tanto, 40 era la multiplicidad máxima de la fuerza del 4 o de la plenitud del 4, y todo lo que fuera 40 era el grado máximo de la idea de 4.

LA GEMATRÍA

La gematría es una técnica numerológica que consiste en dar valor a las letras de un alfabeto y luego buscar conexiones entre palabras que arrojen el mismo valor. Su práctica cobró en la Antigüedad un auge inusitado y se extendió rápidamente por el área mediterránea, siendo un pasatiempo habitual entre personas ilustradas. En el *Pseudo Calístenes* se dice que el dios egipcio Sarapis reveló su nombre a Alejandro Magno de la siguiente manera: «Toma dos cien y uno, después cien y uno, y cuatro veces veinte y diez. A continuación, coloca el primero de estos números al final y sabrás entonces qué dios soy». Tomando al pie de la letra las palabras del dios, se obtiene lo siguiente:

Σ	A	P	A	Π	I	Σ
200	1	100	1	80	10	200

De ahí que el diluvio durase 40 días y no más, porque 40 era ya el grado de la completitud, el grado sumo.

El 50

El número 50, que también posee un claro sentido de completitud, aparece con gran frecuencia en la mitología griega, pues 50 son las danaides, los argonautas, los hijos de Príamo, los de Egipto, etc.

En la exégesis bíblica, la letra L = 50 representa la fecha del jubileo: «Y santificaréis el año cincuenta» *(Levítico,* 25:10), así como el arrepentimiento y el perdón a los pecadores, ya que las personas que tengan cinco sentidos mal pueden cumplir a rajatabla los diez mandamientos ($5 \cdot 10 = 50 = L$). Digamos, como curiosidad, que para los varones romanos era un alivio indicar con L su edad, porque el que podía hacerlo quedaba definitivamente libre de servir en el ejército.

El 100

Las propiedades del número 100 derivan principalmente de la «redondez» que le confiere la base de numeración decimal. En las Escrituras se habla de los cien años que tardó Noé en construir el arca, de los cien años de Abraham cuando engendró a Isaac, de los cien pleitos, de los cien ayunos del rabí Zira, de los cien profetas escondidos por Obedías... Cien codos medía el templo en la visión de Ezequiel, cien eran las ovejas en *Mateo*, 18: 12, etc. Siempre se trata de aproximaciones que denotan «gran multitud», como cuando se pregunta: «¿Qué podrá una oveja contra cien lobos?».

La hecatombe era un sacrificio de cien bueyes *(hekaton-bous)* ofrecido por los griegos en casos realmente excepcionales. Uno de ellos fue el descubrimiento del teorema de Pitágoras (no olvidemos que 100 es número pitagórico, al ser $10^2 = 6^2 + 8^2$). Dentro de la mitología griega, el 100 eran las cabezas del dragón inmortal, hijo de Tifón y Equidna, dominado por Hércules en su undécimo trabajo para apoderarse de las manzanas de oro del Jardín de las Hespérides.

El 153

Las propiedades místicas atribuidas al número 153 provienen de ser el número de peces en la pesca milagrosa en el mar de Tiberíades (*Juan*, 12:11). Este número

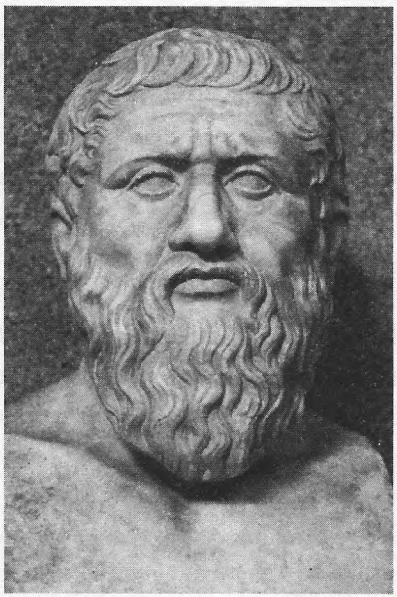
no le pasó desapercibido a san Agustín, quien realizó un complejo análisis numerológico para demostrar por qué había 153 peces. Este Padre de la Iglesia partió del número 10, el número de los mandamientos y símbolo del antiguo designio divino según la ley mosaica, y le sumó 7, el número de los dones del símbolo del nuevo designio; a continuación sumó los números enteros comprendidos entre 1 y 17, y obtuvo 153.

TRES NÚMEROS DE PLATÓN

La influencia pitagórica en Platón es manifiesta. La idea de que el número lo permea todo está presente en muchos de sus escritos. En concreto los numerólogos destacan la presencia de tres números en sus textos.

216: Platón alude a este número (216, que es igual a 6^3) en un oscuro pasaje de la *República*: «De él (216) pueden depender las mejores y peores generaciones en esta imaginaria república». Platón sabía, como los pitagóricos, que 6 era el primer número perfecto y 216 era elevar al cubo dicha perfección.

729: Este número posee curiosas propiedades aritméticas: $729 = 3^6 = 9^3$. Es a la vez el segundo menor cubo que es la suma de tres cubos: $9^3 = 1^3 + 6^3 + 8^3$. Pero dado que $6^3 = 3^3 + 4^3 + + 5^3$ (la suma de tres cubos), 729 o 9^3 es también la suma de cinco cubos. Este número misterioso aparece también en la *República*: «Si uno fuera a expresar la diferencia en intervalo respecto al verdadero placer entre el rey y el tirano, comprobará al calcularlo que él vive 729 veces más feliz y que la vida del tirano es 729 veces más penosa».



Busto de Platón conservado en los Museos Vaticanos de Roma.

5.040: Es el factorial de 7 o $7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ y $5.040 = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$, lo que hace de él un número curioso por ser el producto de números naturales consecutivos en dos formas distintas. Platón, en sus *Leyes*, sugirió que 5.040 era el número de hombres necesario para una ciudad ideal, pues contiene el número de subdivisiones más numeroso y consecutivas (59 divisores, además del mismo número), siendo propicio para subdividirlos por motivos bélicos o pacíficos.

El obvio sentido simbólico de este número se establece a través de 153 = 1.224 / 8 (1.224 es el número gemátrico de ιχθης, «pez», símbolo de los primitivos cristianos, y 8, el número repetido tres veces asociado a Jesús, Ιησους = 888).

El 365

Uno de los fines más perseguidos por la gematría ha sido hallar el denominado número de Dios. Los gnósticos son los que más empeño pusieron en esta labor. Según Basílides, el Dios supremo de la gnosis unía en él los 365 dioses secundarios que presiden los días del año. Es por ello que los gnósticos lo designaban por unas perífrasis del tipo: «Aquel cuyo número es 365». De él, por otra parte, procedía el poder mágico de las siete vocales, de las siete notas de la gamma, de los siete planetas, de los siete metales (el oro, la plata, el estaño, el cobre, el hierro, el plomo y el mercurio). Cualquiera que fuese el nombre del Inefable, el gnóstico estaba seguro de que este nombre participaba de los dos números mágicos: 7 y 365. A partir de estos datos se dieron con tesón a la búsqueda de un nombre que combinara ambos números y que actuase como fórmula pronunciable del inefable nombre de Dios. Y Basílides lo consiguió con un nombre que hizo historia: *Abrasax* (o Abraxas), un nombre de 7 letras y cuyo valor numérico es 365.

A	**B**	**P**	**A**	**Σ**	**A**	**Ξ**
1	2	100	1	200	1	60

365

El 10^{51}

Este número de 52 dígitos aparece en el libro de Arquímedes *El contador de arena*, que dedicó a Gelón, rey de Siracusa. En él el matemático describe su propio sistema para contar números inmensos. Comenzó con la miríada, que representaba el número 10.000, y que definía como números de primer orden. Luego pasó a describir una miríada de miríadas, o 100.000.000 en nuestra notación, que para él eran números de segundo orden. Y continuó el ascenso cardinal hasta llegar a números del orden de muchas miríadas de miríadas. Así llegó a cifras astronómicas, cifras que en nuestra notación actual equivaldrían a $10^{80.000.000.000.000.000}$, un número impresionante.

EL 888

El 888 representa en gematría el número de Jesús, pues es el valor que su nombre en griego adquiere al ser valorado:

Jesús (ΙΗΣΟΥΣ)

Iota = Ι = 10
Eta = Η = 8
Sigma = Σ = 200
Omicron = Ο = 70
Upsilon = Υ = 400
Sigma = Σ = 200

Total = 888

Tras explicar sus órdenes numéricos, pasaba a contar, o tratar de contar, no sólo los granos de arena de una playa o del mundo entero, sino los granos de arena necesarios para llenar todo el universo. Para ello estimó que una cabeza de adormidera contenía no menos de 10.000 granos de arena, y que su diámetro no es menor que 1/40 de la largura de un dedo, y asumiendo que la esfera de las estrellas fijas, que era la frontera del universo para Arquímedes, era menor que 10^7 veces la exacta esfera que contenía la órbita del sol en un gran círculo... el número de granos del universo era, en notación de hoy, 10^{51} (a modo de comparación, modernamente Edward Kasner y James Newman, estimaron el número de granos de arena en Coney Island en aproximadamente 10^{20}).

Capítulo 2

Números notables de la modernidad

Examinados los números notables de la Antigüedad, veamos ahora los números de la modernidad. El capítulo se inicia con un número que, como sucediera con el número π, aparece por doquier, no sólo en las matemáticas sino en la vida cotidiana, infiltrado de muy sutiles formas: es el número de Euler o número *e*.

El número *e*

Después de π, y como éste irracional y trascendente, el número más famoso es el número *e*, que se define como el límite de $(1 + 1/n)^n$ cuando n tiende a infinito y su valor es 2,718281828... El número *e* fue estudiado por primera vez por Euler, por lo que también es conocido como el número de Euler, aunque es una coincidencia que este número lleve la inicial del prestigioso matemático. El mismo Euler probó, en 1737, que este número, al igual que luego se demostraría con π, era irracional. Charles Hermite (1822-1901) demostró en 1873 que *e* también era trascendente.

El matemático francés Charles Hermite (1822-1901) desarrolló algunas de las propiedades del número e.

El «descubrimiento» de esta ubicua constante se debe al matemático suizo Jacob Bernoulli, que la extrajo de un problema particular del llamado interés compuesto. Sin embargo, fue reconocida y utilizada por primera vez por el matemático escocés John Napier, quien introdujo el concepto de logaritmo al cálculo matemático. De este modo, el número *e* es la base de los logaritmos naturales o neperianos (llamados así en homenaje a Napier, su descubridor).

El número *e* está considerado el número más importante del campo del cálculo, debido principalmente a que la función e^x coincide con su derivada; por lo tanto, esta función exponencial suele aparecer en el resultado de ecuaciones diferenciales sencillas.

Por su parte, Newton descubrió en 1665 que $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \ldots$, lo que equivalía a que $e = 1 + 1 + 1/2! + 1/3! + 1/4! + \ldots$ Otra característica del número *e* es que, al igual que el número π, se trata de un número trascendente, es decir, que no puede ser obtenido directamente mediante la resolución de una ecuación algebraica. Por lo tanto, es un irracional y su valor exacto no puede ser expresado como un número finito de cifras decimales o con decimales periódicos. Sin embargo, *e* puede definirse de muchas formas, todas vistosas, como por ejemplo:

$$e = 1 + 1/1 + 1/(1 \cdot 2) + 1/(1 \cdot 2 \cdot 3) + 1/ (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) + \ldots$$

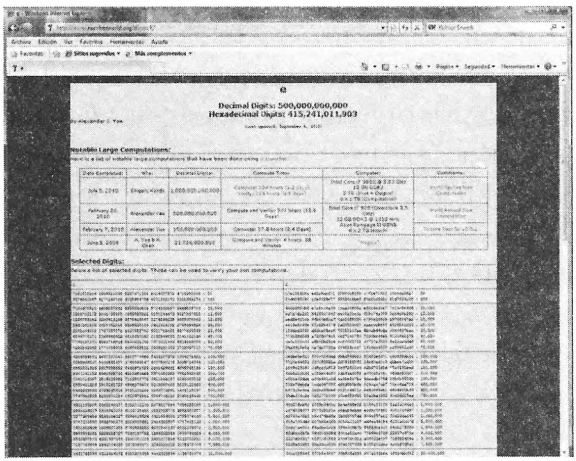
Sustituyendo los divisores por su expresión resumida, esto es, por su factorial, la serie quedaría como hemos visto más arriba al citar la fórmula de Newton y hacer $x = 1$:

$$e = 1 + 1/1! + 1/2! + 1/ 3! + 1/ 4! + \ldots$$

Pero es expresado por medio de fracciones continuas, donde se muestra de la forma más armónica y bella:

$$e = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}}}}}}}}$$

Como número trascendente, curioso y útil, *e* también ha tenido sus seguidores. En 1952 un ordenador electrónico de la Universidad de Illinois calculó, bajo la supervisión de D.J. Wheeler, 60.000 decimales del número *e*. En 1961 Daniel Shanks y John W. Wrench Jr., del centro de datos de IBM en Nueva York, ampliaron esta cifra hasta los 100.265 decimales. En la actualidad, las tres actuales mayores plusmarcas las poseen Shigeru Kondo y Steve Pagliarulo, quienes en mayo de 2009 calcularon 200.000.000.000 de decimales de este número trascendente; Alexander J. Yee, quien en febrero de 2010 calculó 500.000.000.000 de decimales, y de nuevo Shigeru Kondo formando equipo con Alexander J. Yee, quienes en julio de 2010 calcularon 1.000.000.000.000 de decimales.



Una de las numerosas páginas de Internet dedicadas a los desarrollos decimales de los números. Su consulta revela todo tipo de récords matemáticos.

Como la extraña atracción que los matemáticos sienten por *e* es muy similar a la que sienten por π, éstos se han preguntado si existe alguna fórmula que relacione ambos números, causantes de tanto entusiasmo. La respuesta es sí. Son muchas las fórmulas sencillas que los unen, pero la más conocida es la ecuación de Euler, que pasa por ser la ecuación más bella jamás hallada, y que se representa así:

$$e^{i\pi} + 1 = 0; \text{ donde } i = \sqrt{-1}.$$

¿Por qué a los matemáticos les parece tan bella la anterior ecuación? La fórmula contiene los elementos más importantes que se encuentran en los fundamentos de las matemáticas. Contiene el número 1, el comienzo de la secuencia de números naturales.

Contiene la operación de la suma, que puede ser utilizada tanto para definir el resto de los números naturales como las otras tres operaciones aritméticas: resta, multiplicación y división. Contiene el 0, un concepto que tardó milenios en ser concebido por la mente humana. Contiene también los dos números trascendentes más importantes: e y π. Contiene la unidad que define a los números imaginarios: $\sqrt{-1}$, y finalmente, y no por ello menos importante, la ecuación, al contener e, está emparentada con la secuencia infinita: $\lim_{n\to\infty}[1+1/n]^n$, que es otra de las ideas esenciales de las matemáticas.

Fábula con rédito

Expongamos a continuación un caso práctico relacionado con el número e. Como les ocurre a las mentes codiciosas de todos los propietarios en todos los tiempos, el prestamista Taimish Monei no cesaba de preguntarse: ¿cómo puedo acrecentar

EL NÚMERO *e* EN LA VIDA COTIDIANA

Alguien puede preguntarse para qué sirve o cómo afecta este número a nuestra vida cotidiana. *Pi*, todos lo sabemos, es útil para tratar toda clase de círculos y circunferencias. Allí donde haya una rueda o un objeto circular, duerme en sus entrañas el número π. Pero ¿y e? ¿Dónde subyace escondido este número singular? Veamos unos ejemplos.

«La guerra» es un juego de cartas en el que dos jugadores se reparten todas las cartas: cada contrincante echa sobre la mesa la primera carta de su lote; gana el que arroja la carta más alta y, si hay empate, se lanza la siguiente carta hasta que una sea mayor que la otra. Si se juega con dos barajas, la probabilidad de pasar toda la baraja sin que en una de las simultáneas alzadas de cartas se produzca un emparejamiento es casi exactamente $1/e$.

La cuerda de tender la ropa en los patios de vecinos forma una curva (denominada catenaria) cuya fórmula es $1/2\ (e^x + e^{-x})$.

El límite de los réditos al aplicar el interés compuesto cuando el número de periodos de cómputo de los intereses tiende a infinito es e, y se expresa así $[1+1/n]^n = e$.

La población de animales y humanos parece crecer de la misma manera que los intereses, quedando así delimitada por el número e. A este crecimiento se le denomina crecimiento exponencial; el proceso inverso se denomina decrecimiento exponencial.

La medicina forense también tiene aplicaciones para este singular número, pues ahora se sabe que los cadáveres pierden calor de forma exponencial, y e se utiliza en la ecuación que determina cuánto tiempo lleva muerto un individuo.

mi patrimonio? Hasta entonces el dinero que prestaba estaba regido por un interés simple, es decir:

$$I = P \cdot R,$$

donde I, el interés, sería igual al principal (P), o préstamo original, por un cierto ratio (R), que representa el interés.

Entonces a Taimish Monei se le ocurrió cargar un porcentaje no sólo por el préstamo original sino también por los intereses debidos y no pagados, dando así origen al interés compuesto, que se calcula de la siguiente manera:

$$A = P(1 + R/n)^{n},$$

donde A sería el total que se debería al propietario dado un préstamo original de P, un ratio de interés de R y siendo n el número de veces que ha de resarcirse el interés.

Taimish Monei ha prestado mil unidades monetarias al 100% de interés anual. Al cabo del año el pobre deudor debe devolverle 2.000 unidades monetarias, mil como devolución del principal y las otras mil como interés por el «caritativo» préstamo. Para realizar el cálculo, se aplicaría la primera fórmula sustituyendo P por 1.000 (unidades monetarias) y R por 1,0 (100%), lo que daría 1.000 unidades monetarias de interés.

Después de años de obtener 1.000 unidades monetarias por cada 1.000 prestadas, Taimish Monei considera que ya es hora de obtener más rendimiento por su «generosa» contribución al progreso mercantil. Pero supóngase que la ley estipula que el tipo de interés máximo aplicable a los préstamos sea del 100%. ¿Cómo podría Taimish Monei saltarse esta barrera? Entonces se le ocurre una brillante idea. ¿Por qué no prestar el dinero al 50% de interés cada medio año? Entonces prestaría la misma cantidad de dinero más, en la segunda mitad del año, el interés ganado en los seis primeros meses. Y todo ello sin sobrepasar los límites impuestos por la ley. Y he aquí que el filantrópico prestamista descubre que al aplicar la nueva forma de préstamo en dos periodos, obtiene más réditos que antes:

$$A = P(1 + R/n)^{n},$$

donde $P = 1.000$; $R = 1{,}00$ (o 100%), $n = 2$. En el caso analizado, sería:

$$A = 1.000\,(1 + 1{,}00/2)^2 = 1.000 \cdot (1 + 0{,}5)^2 = 1.000 \cdot (1{,}5)^2 = 2.250.$$

Por 1.000 unidades monetarias (u.m.) Monei obtiene ahora 2.250 al cabo de un año. ¿No es sorprendente? Y sin traspasar los límites impuestos por la ley.

Pero la avaricia de Taimish Monei no conoce la tregua. Siempre deseando obtener más por su dinero, reflexiona: ¿qué sucedería si ampliase el número de periodos por los que satisfacer intereses? ¿Incrementaría eso mis réditos? Decide cobrar los intereses cada tres meses, y establecer cuatro periodos anuales al 25% de interés. Así seguiría respetando el máximo legal del 100% anual. El nuevo resultado sería:

$$A = 1.000\ (1 + 0{,}25)^4 = 1.000 \cdot 1{,}25^4 = 2.440 \text{ u.m.}$$

Ahora el propietario obtiene casi 500 unidades monetarias más que utilizando el interés simple. Parece que ha dado con un filón. Decide entonces aumentar los periodos a doce al año, es decir, computar los intereses mensualmente:

$$A = 1.000\ (1 + 1{,}00/12)^{12} = 1.000 \cdot (1{,}08333\ldots)^{12} = 2.610 \text{ u.m.}$$

Puede observarse que cuanto más avaricioso se torna Taimish Monei, más periodos de liquidación de intereses establece y más saca como producto del préstamo. Y entonces viene la pregunta inevitable: ¿existe algún límite a este incremento o podemos aumentarlo tanto como queramos simplemente añadiendo periodos de cálculo de intereses?

Veamos adónde nos conduciría instaurar periodos de cálculo diarios, esto es, 365 periodos al año:

$$A = 1.000\ (1 + 1{,}00/365)^{365} = 2.715 \text{ u.m.}$$

No aumenta mucho de los 2.610 u.m. que obtenía con doce periodos al año, pero sí algo. Si se calculan los periodos de cómputo de intereses por horas, el resultado serían 2.718 u.m. Pueden reducirse los periodos a minutos o a segundos, pero pronto se advierte que existe un límite al que tiende el resultado a pesar de las subdivisiones. Este límite puede expresarse del siguiente modo:

$$\lim_{n\to\infty}[1+1/n]^n$$

De este modo, el máximo de unidades monetarias que podemos obtener de una unidad monetaria al introducir infinitos periodos de cálculo de interés es el número $e = 2{,}71828182845\ldots$

Los números negativos

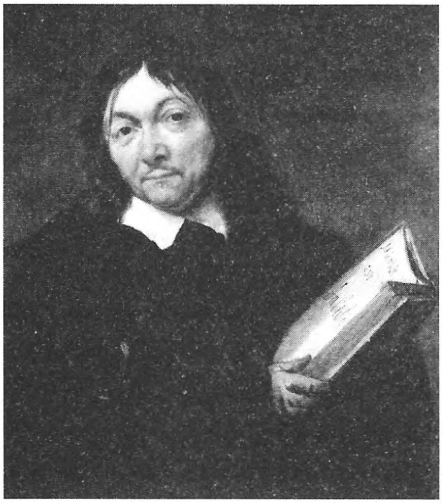
Se dice que un numero dado (n) es negativo, si no es 0 ni un número positivo, lo que equivale a decir que su valor es menor que 0. En la notación actual se distinguen porque el número negativo debe llevar el signo $-$ como prefijo, a diferencia del prefijo que define a los positivos, que es $+$. Así, -3 es negativo, y $+3$ es positivo. A veces se denota $+0$ para enfatizar que el 0 puede considerarse un número positivo; sin embargo, es incorrecto decir -0, dado que bajo ninguna definición el 0 se considerará un número negativo.

Pero, ¿qué representa el número negativo? Fuera de las matemáticas puras, un número negativo representa una cantidad en contra, una carencia, algo que no se tiene o que se debe. Se utilizan números negativos para medir valores en una escala que vaya por debajo de 0, como la temperatura, o para identificar, en las transacciones financieras, lo que es una deuda. De hecho, los primeros comerciantes manejaban los conceptos de débitos y créditos sin ser conscientes de que sustraían números negativos de números positivos; su labor era práctica y concreta. La notación que hoy distingue a los números positivos y negativos ($+$ y $-$) nació también por motivos comerciales, pues eran los signos que, ya en el siglo XV, utilizaban los comerciantes alemanes para expresar que un contenedor estaba por encima o por debajo de un peso medio. Sin embargo, para los matemáticos la aceptación de los números negativos no fue tan sencilla.

La historia de los números negativos en Occidente es la historia de una incomprensión. Los matemáticos del Renacimiento, al toparse con ellos, fueron tan desconfiados como lo fuera en su día Diofanto o el indio Bhaskara muchos siglos antes. Así, pese a saber de ellos, la mayoría de los matemáticos de los siglos XVI y XVII no los aceptaban como números, o si los reconocían (siempre a regañadientes) no los aceptaban como soluciones de ecuaciones. En el siglo XV Nicolás Chuquet y en el siglo XVI Michael Stifel calificaron los números negativos de números absurdos. Sólo uno demostró conocer la regla de los signos: Gerolamo Cardano.

El matemático francés François Viète, contemporáneo de Cardano, descartó por completo los números negativos, mientras Descartes los aceptó en parte. Viète llamaba falsas a las soluciones negativas de una ecuación, con el razonamiento de que requerían representar números menores que nada. Sin embargo, Descartes había demostrado que, dada una ecuación, se puede obtener otra cuyas soluciones son más grandes que la original en una cantidad dada. De este modo, una ecuación con soluciones negativas podía ser transformada en otra con soluciones positivas. Puesto

que era posible cambiar las soluciones falsas por otras reales, Descartes estuvo dispuesto a aceptar los números negativos. Pascal, sin embargo, consideró el restar 4 de 0 como un completo sinsentido.



Retrato de dos de los grandes pensadores del siglo XVII: Descartes (a la izquierda) y Pascal. Las áreas de desencuentro entre ambos filósofos eran muy diversas, e incluso en la cuestión de los números negativos mantenían opiniones contrapuestas.

Precisamente fue un amigo de Pascal, el teólogo y matemático Antoine Arnauld, quien diera un argumento contundente en su día contra los números negativos. Arnauld cuestionó que $-1:1$ fuera igual a $1:-1$ porque, argumentaba, -1 es menor que $+1$; por lo tanto, ¿cómo puede un número menor ser a uno mayor como uno mayor a uno menor? El problema fue ampliamente discutido entre los matemáticos de la época. En 1712 Leibniz convino en que era una objeción válida, pero arguyó que se podía calcular utilizando tales proporciones porque su forma era correcta.

Uno de los primeros matemáticos que aceptó los números negativos fue Thomas Harriot, matemático inglés que vivió hasta 1621. En una ocasión este matemático, a pesar de no aceptar las raíces negativas, emplazó un número negativo como tal en uno de los miembros de una ecuación. El matemático de origen flamenco Simon Stevin usó coeficientes positivos y negativos en ecuaciones, aceptando, en contraposición a su colega inglés, las raíces negativas.

En su libro *Invention nouvelle en l'algèbre* (1629), el francés Albert Girard situaba los números negativos a la par que los positivos y daba las dos soluciones de una ecuación cuadrática, incluso cuando ambas eran negativas. De alguna manera Girard

se dio cuenta de que las soluciones negativas están dirigidas en un sentido opuesto al de los números positivos, anticipándose así en cierto sentido a la idea de la recta numérica («lo negativo en geometría indica un retroceso —decía Girard—, mientras que lo positivo es un avance»).

En general, no demasiados matemáticos de los siglos XVI y XVII estaban de acuerdo o aceptaban los números negativos como tales, reconociéndolos apenas como soluciones verdaderas de ecuaciones. Existían curiosas creencias sobre ellos. El matemático inglés John Wallis, en su *Arithmetica Infinitorum* (1656), argumentaba que puesto que la razón $\alpha : 0$, cuando α es positivo, es infinito, cuando se cambia el denominador por un número negativo $\alpha : \beta$ con β negativo, su razón debe ser mayor que infinito. Un curioso razonamiento. Fue precisamente John Wallis quien desarrolló la notación exponencial para las potencias negativas a partir de algunos ejemplos solamente. Así, demostró que si una sucesión de inversos de cubos (1/1, 1/8, 1/27...), cuyo índice es -3, se multiplica término a término por una sucesión de cuadrados (1, 4, 9...) cuyo índice es 2, el resultado es la sucesión (1/1, 4/8, 9/27...). Esta última es 1/1, 1/2, 1/3..., una sucesión de inversos de las primeras potencias de los números naturales cuyo índice es $-1 = -3 + 2$.

Hoy los números negativos son reconocidos universalmente y se utilizan en el cálculo de igual manera que los números positivos. Su afianzamiento permitió el descubrimiento de los números analizados a continuación: los números imaginarios.

LOS NÚMEROS NEGATIVOS DESDE EL PUNTO DE VISTA ARITMÉTICO

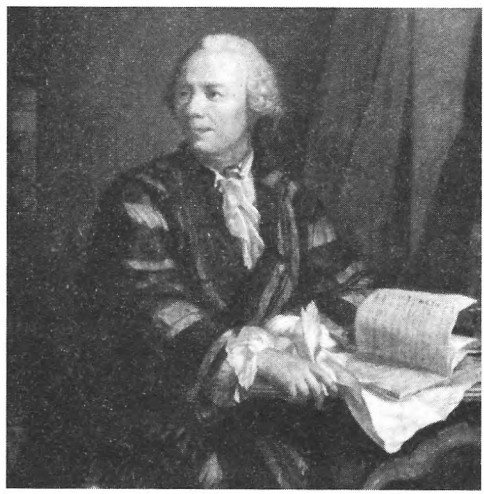
Una definición algebraica de los números negativos dice que se pueden considerar como una extensión de los números naturales para que la ecuación $x - y = z$ tenga una solución z para todos los valores de x e y. En cuanto a las operaciones aritméticas sencillas, sumar un número negativo es igual a restar ese número al número positivo: $5 + (-3) = 5 - 3 = 2$ (en términos financieros, si se tienen 5 unidades monetarias y uno se endeuda por 3 unidades monetarias, o las gasta, entonces posee un total neto de 2 unidades monetarias). Y restar un número negativo es lo mismo que sumar su valor positivo: $5 - (-2) = 5 + 2 = 7$ (en términos financieros, si se tienen 5 unidades monetarias y uno se quita una deuda de 2 unidades monetarias, entonces el nuevo neto asciende a 7 unidades monetarias). La multiplicación de dos números negativos da como resultado un número positivo. Esto se puede entender si se considera la multiplicación como la suma repetida de un mismo número: $-4 \cdot -3 = -(-4) - (-4) - (-4) = 4 + 4 + 4 = 12$.

Los números imaginarios

Como si su estudio tuviera que empezar con la frase «érase una vez», los números imaginarios parecen no tener ningún significado real. Euler describió el número imaginario del siguiente modo: «...ni nada, ni más grande que nada, ni menos que nada...». El famoso matemático, tras considerar que estos números eran imposibles por su propia naturaleza, sugería que ya que existen en nuestra mente, nada impide que se haga uso de ellos en los cálculos. Leibniz, también sorprendido por este tipo de números, los definió como «ese anfibio entre ser y no ser». De este modo, se comprende que unos números tan «etéreos» y «fantasmales» no gustaran a los matemáticos.

Fue Leonhard Euler, en 1777, quien bautizó esta raíz cuadrada de la unidad negativa con el nombre de *i* (por imaginario), y la nombró de esa manera de forma despectiva. Cada número imaginario puede ser escrito como *ib*, donde *b* es un número real e *i* es la unidad imaginaria, con la propiedad $i^2 = -1$. Los números imaginarios pueden ser simples: $(a\sqrt{-1}) = ai$, o complejos: $(a + b\sqrt{-1}) = a + bi$. Euler utilizó $\sqrt{-1}$ en series infinitas, lo que le llevó a descubrir la extraordinaria fórmula $e^{i\pi} = -1$.

Curiosamente, después de que los matemáticos dieran a luz los números imaginarios, se vio que se aplicaban de manera extraña, y «apropiada», a elementos de la teoría y práctica de las corrientes alternas. Así, gracias a diagramas imaginarios es posible calcular, calibrar y controlar artilugios tan prácticos en nuestra vida cotidiana como los estatores de los transformadores de electricidad.



Leonhard Euler (1707-1783) ha realizado incontables aportaciones a las matemáticas; las primeras aproximaciones a los números i *también figuran entre ellas.*

ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE LOS NÚMEROS IMAGINARIOS

La primera raíz cuadrada de un número negativo que se conoce es $\sqrt{(81-144)}$, y apareció en la *Stereometrica* de Herón de Alejandría. Otra, $\sqrt{(1.849-2.016)}$, fue hallada por Diofanto, que la encontró como una posible raíz de una ecuación de segundo grado. Ninguno de los dos matemáticos tomó este asunto seriamente. Porque si los números negativos ya eran de por sí considerados falsos, absurdos o ficticios, no es extraño que sus raíces cuadradas ni siquiera fueran tenidas en cuenta. Dentro de la modernidad, el primer matemático que puso sobre el papel una fórmula que incluía la aparentemente sin sentido raíz cuadrada de un número negativo fue el matemático italiano Gerolamo Cardano. Discutiendo la posibilidad de dividir el número 10 en dos partes cuyo producto diera 40, mostró que, aunque este problema no poseía solución racional, si podía obtenerse una respuesta mediante dos expresiones matemáticas imposibles: $5+\sqrt{-15}$ y $5-\sqrt{-15}$.

Apuntemos finalmente que una propiedad curiosa de estos números es que elevados a diferentes potencias, repiten un patrón preciso (la secuencia que se repite es la enmarcada):

$$
\begin{aligned}
i^{-3} &= i \\
i^{-2} &= -1 \\
i^{-1} &= -i \\
\boxed{\begin{aligned} i^{0} &= 1 \\ i^{1} &= i \\ i^{2} &= -1 \\ i^{3} &= -i \end{aligned}} & \\
i^{4} &= 1 \\
i^{5} &= \mathrm{i} \\
i^{6} &= -1 \\
i^{7} &= -i.
\end{aligned}
$$

Los números transfinitos

El infinito, ese concepto tan difícil de aprehender y que se representa como un 8 tumbado (∞), ha causado no pocos problemas a los matemáticos. Como operador algebraico era indomeñable, imposible de manejar, pero aparecía cada vez que una

cantidad se dividía por 0. ¿Cómo tratar con él? Durante siglos se prefirió ignorarlo, no tenerlo en cuenta. Porque el infinito no era considerado un número sino la representación de *todos* los números. Cada vez que alguien hacía una operación del tipo $5/0 = \infty$, ahí aparecía el infinito.

Las cosas cambiaron con el surgimiento de un matemático genial: Georg Cantor. Hijo de padres alemanes y nacido en San Petersburgo en 1845, Cantor tuvo la idea de que el infinito podía utilizarse como un número cualquiera y trabajar con él como con otras magnitudes numéricas. Además, distinguió y demostró que había varios tipos de infinitos, unos mayores que otros. ¿Un infinito mayor que otro? Herejía. Para Cantor el desprecio de los matemáticos por el infinito y su naturaleza, abstracta y resbaladiza, se debía a un abuso del concepto, pues el término infinito se aplicaba sin distinción a cualesquiera conjuntos no finitos, siendo que, de entre ellos, era posible tomar algunos que son, de alguna manera, medibles y de tamaños comparables.

Cantor encontró la forma de «medir» el tamaño de un conjunto infinito y, de hecho, comparar el tamaño de dos conjuntos infinitos para encontrar que ambos eran iguales o que uno era «mayor» que otro, y elaboró una teoría hasta cierto punto rigurosa respecto a estas ideas: la teoría de los números transfinitos. Tomando el conjunto de los números naturales, Cantor los emparejó con el conjunto de los números pares y advirtió que hay tantos números naturales como números pares.

Números pares	Números naturales
2	1
4	2
6	3
8	4
10	5
12	6

Para cada número entero hay un número par como su doble. Así, Cantor llegó a la sorprendente conclusión de que en cuanto atañe a una infinidad de cosas, el todo no es mayor que sus partes. Por ejemplo, hay tantos cuadrados como números; tantos cubos y tantos números divisibles por 10 o por 1.000 como números naturales. Cantor se dio cuenta, por medio de estas investigaciones, de que no existía un conjunto infinito menor que el de los números naturales, y dio a este conjunto el nombre de aleph-0, o $\aleph_0$ (*aleph* es la primera letra del alfabeto hebreo). Para distinguir este nuevo tipo de números de los números finitos los denominó «transfinitos».

Georg Cantor fotografiado junto a su esposa en 1880. Este auténtico genio de las matemáticas desarrolló la teoría de los números transfinitos, acotando de esta manera un concepto tan difícil como el de infinito.

Cantor también se percató de que la correspondencia entre los números naturales y los números reales no era posible, a diferencia de las anteriores correspondencias mostradas, por lo que dedujo que ambos infinitos no eran iguales y que el conjunto de los números reales, en sí infinito, era mayor que el conjunto de los números naturales, también infinito. Un infinito era, sorprendentemente, mayor que otro infinito. Los primeros números transfinitos que se introdujeron se referían al cardinal de ciertos conjuntos y se representan con símbolos especiales:

El cardinal de los números reales: card($\mathbb{R}$): c.
El cardinal de los números naturales, o aleph-0: card($\mathbb{N}$): $\aleph_0$.
El cardinal inmediatamente superior a $\aleph_0$: $\aleph_1$.

A partir de ahí, y usando los axiomas de Zermelo-Fraenkel (ZF), puede comprobarse que los tres cardinales anteriores cumplen $\aleph_0 < \aleph_1 \leq c$. La hipótesis del continuo (sobre la cardinalidad del conjunto de los números reales) afirma que $c = \aleph_1$.

Unas breves consideraciones sobre el 0

El 0 llegó a Occidente de manos de los árabes, que lo tomaron de los indios. Entró en Europa por Andalucía, con la conquista musulmana de la Península Ibérica. Los primeros manuscritos que muestran ceros son el *Codex Vigilanus* y el *Codex Aemilianensis*,

ambos del siglo x. Si bien hay controversia en saber quién utilizó el 0 por primera vez en Europa (hay quienes afirman que fue en Francia, alrededor del año 1000, y lo hizo el papa Silvestre II), se cree que el primero fue el matemático italiano Fibonacci (sí, el de la famosa serie numérica) en el siglo xii, pues aparecía en su famosa obra *Liber Abaci* (*Tratado del ábaco*). Su uso era tan extraño, pero al mismo tiempo tan eficaz, que las autoridades eclesiásticas lo tildaron de mágico y demoniaco, oponiéndose a él hasta bien entrado el siglo xv.

En Occidente el 0 ha ejercido una gran influencia no sólo en las matemáticas sino también en la simbología esotérica. Para ciertas corrientes místicas el 0 representa el «huevo órfico», el no ser, y se halla misteriosamente ligado a la unidad, de la que es su contrario y su reflejo (en matemáticas, cualquier número elevado a la potencia «cero», equivale a la unidad.) En la existencia, simboliza la muerte como estado en el que las fuerzas de lo vivo se transforman. El exceso de ceros indica manía de grandeza.

Sin embargo, su influencia, o su sombra, alcanza todas las áreas del conocimiento, sea éste filosófico o literario. Por ejemplo, la filósofa María Zambrano vio en el 0 la sombra de un todo que no accede a ser discernido, el vacío de un lleno tan compacto que es su equivalente. Los poetas también parecen inspirarse en esta nada en cifra, y así Caballero Bonald denomina al 0 de estas bellas maneras: «sobrante numérico de nada», «pretexto fronterizo de la ausencia», «magnitud que comienza donde acaba», «cifra nonnata y punto de partida», «silencio que remite a otra pauta más neutra de silencio»... Y Antonio Porchia afirmaba que en su viaje por esta selva de números que llamamos mundo llevaba por guía un 0 a modo de linterna. Bellas expresiones para tan poca cosa. ¿Poca cosa?

Para Charles Seife el 0 es diferente del resto de los números. El 0, a su juicio, permite vislumbrar trozos de lo inefable y de lo infinito. Es por ello que ha sido temido y odiado, incluso proscrito. Los agujeros de gusano (*wormholes*), esas singularidades de la física que permiten (teóricamente) desplazarse a velocidades mayores que la de la luz, provienen de una paradoja originada por un 0 en la ecuación de la relatividad general de Einstein. Lo cual constituye otra prueba de la importancia del 0, según Seife, quien concluye, en tono apocalíptico: «Al 0 no se le puede ignorar. No sólo contiene el secreto de nuestra existencia sino que también será el responsable del fin del universo». Por último, y como círculo, es decir, por su figura, el 0 simboliza la eternidad: «En el día del Juicio Final, las puertas del Cielo se abrirán a los bienaventurados. Éstos penetrarán rodando, ya que habrán resucitado en la más perfecta de las formas: la esférica. Así lo ha revelado Orígenes» (A. Ireland).

EL PODER DEL 0

Para el matemático y divulgador Charles Seife, que ha dedicado un libro entero al número 0 (*El cero: biografía de una idea peligrosa*), este singular número es poderoso porque es el gemelo del infinito, y añade que bajo cualquier revolución subyace un 0 y un infinito. Para mostrar el poder del 0, Seife relata la siguiente anécdota: el 21 de septiembre de 1997, cuando bordeaba la costa de Virginia, el acorazado *Yorktown* quedó detenido en medio de las aguas. El *Yorktown* estaba preparado para resistir la explosión de un torpedo o una mina, pero nadie pensó en un sistema de defensa que le protegiera del 0. Grave error. Ocurrió que se había instalado en los ordenadores del *Yorktown* un nuevo programa que controlaba las máquinas. Por desgracia, nadie detectó la bomba que representaba un 0 en los códigos, un 0 que debía haber sido borrado durante la instalación. Por una u otra razón, el 0 se quedó allí olvidado, escondido en el código. Y allí permaneció hasta que fue requerido por el programa, y originó el colapso del ordenador. Cuando el programa trató de dividir por 0 los 80.000 caballos de potencia del buque, éstos quedaron inutilizados al instante. Llevó tres horas rearmar los controles de emergencia del motor y poder llevar el buque hasta el puerto más cercano. Los ingenieros tardaron dos días en extraer el 0 del programa, reparar las máquinas y dejar al *Yorktown* listo para combatir. Ningún otro número podría haber causado semejante daño.

El acorazado Yorktown, *que en 1997 quedó inmovilizado por la «simple» acción de un 0 fuera de lugar.*

Números notables desde el punto de vista aritmético

A continuación se exponen, evitando la prolijidad, una serie de números notables desde el punto de vista aritmético.

$\sqrt{2}$

La raíz cuadrada de 2, conocida como constante pitagórica, es un número real positivo que multiplicado por sí mismo da el número 2. Su valor numérico aproximado es 1,41421356237309504880... Posiblemente fue el primer número irracional conocido. Una leyenda dice que el pitagórico Hipasio fue arrojado al mar por sus compañeros por haber revelado este secreto fuera de la secta pitagórica. Geométricamente, es la longitud de la diagonal (hipotenusa) de un cuadrado de longitud unidad.

$\sqrt{5}$

La raíz cuadrada de 5 puede representarse vistosamente de la siguiente manera:

$$\sqrt{5} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + 1...}}}$$

El 2

El 2 posee muchas propiedades en matemáticas. Es el número primo más pequeño y además el único número primo par. Es el primer número primo de Sophie Germain, el primer número primo factorial y el primer primo de Lucas. También es un número primo de Einstein, sin parte imaginaria y parte real de la forma $3n - 1$. Es el tercer número de la serie de Fibonacci. El 2 es la base del sistema de numeración más simple.

El 9

El 9 sirvió en nuestros años escolares como prueba (prueba del 9) para saber si una división estaba bien hecha. Otra propiedad curiosa que posee este número es que si

a un número cualquiera (mayor de dos cifras) se le resta el valor de la suma de sus dígitos, el número resultante es divisible por 9. Veámoslo con un ejemplo; tomemos el número 8.754:

Suma de sus cifras: $8 + 7 + 5 + 4 = 24$; $8.754 - 24 = 8.730$;
8.730 es múltiplo de 9, porque $8.730 / 9 = 970$, en división exacta.

El 17

Este número tiene una característica relevante, ya que la suma de las cifras de su cubo da como resultado el mismo número: $17^3 = 4.913$; $4 + 9 + 1 + 3 = 17$.

El 19

El 19 es un número primo de propiedades curiosas, a saber: es la suma de las primeras potencias de 10 y 9 y la diferencia entre los cuadrados de 10 y 9. La primera propiedad no necesita demostración, pues son los mismos números, pero la segunda sí: $10^2 - 9^2 = 100 - 81 = 19$.

El 22

El número 22 es un palíndromo cuyo cuadrado también lo es: $22^2 = 484$.

El 37

Este número posee curiosas características. Multiplicado por múltiplos de 3, arroja los siguientes resultados:

$37 \cdot 3 = 111$.
$37 \cdot 6 = 222$.
$37 \cdot 9 = 333$.
$37 \cdot 12 = 444$.
...
$37 \cdot 27 = 999$.

La suma de sus dígitos multiplicada por sí mismo es igual a los cubos de sus dígitos. Este galimatías verbal se comprenderá mejor con un ejemplo: $(3 + 7) \cdot 37 =$

$= 3^3 + 7^3$. Otra propiedad curiosa: la suma de los cuadrados de sus dígitos menos el producto de sus dígitos es 37: $(3^2 + 7^2) - (3 \cdot 7) = 37$. Tomemos ahora un número de tres cifras múltiplo de 37, por ejemplo $37 \cdot 7 = 259$. Cambiando el orden de las cifras de manera que la última pase al primer lugar, obtenemos 925. Haciendo lo mismo con esta última cifra tenemos 592. Ambos números son divisibles por 37 (otro número que posee esta singular propiedad es el 185, pues 518 y 851 son también múltiplos de 37).

El 69

El número 69 elevado al cuadrado (69^2) es 4.761, y elevado al cubo (69^3), 328.509. Entre los dos resultados se encuentran todos los dígitos del 0 hasta el 9.

El 100

Se trata de un número compuesto: $2^2 \cdot 5^2 = 10^2$. Es el cuarto holopotencial de tercer grado, es decir, algo así como la *tetraktys* cúbica: $100 = 1^3 + 2^3 + + 3^3 + 4^3$. Además, es el décimo cuadrado y el séptimo término de la serie de Bode,

Ilustración perteneciente a la Uranographia, *obra de Johann Elert Bode (1747-1826), astrónomo que dio nombre a la sucesión de números que facilitan el cálculo de la distancia entre los planetas y el Sol. Los siete primeros son: 4, 7, 10, 16, 28, 52 y 100.*

asimilable a la distancia de Saturno al Sol (que, en realidad, es de 95,5 unidades astronómicas).

El 199

El número 199 tiene algunas propiedades interesantes: es un número primo, es un número primo invertible (si se gira 180° se forma el número primo 661) y es un número primo permutable (199, 919 y 991 son todos primos).

El 216

Este número es el volumen del cubo formado por un lado de longitud $6: 6^3 = 216$. También es el cubo más pequeño que es la suma de 3 cubos consecutivos: $216 = 6^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$. Y es igualmente la suma de dos primos gemelos: $216 = 107 + 109$.

El 337

Éste es el mayor número primo permutable, ya que permutando todos sus dígitos los números resultantes son primos: 337, 373 y 733. En nuestro sistema de numeración en base 10, los únicos primos permutables son: 2, 3, 5, 7, 13, 17, 37, 79, 113, 199, 337. El 11 también lo sería, pero al ser todas sus cifras iguales a 1, se denomina primo «repunit» (concepto que veremos con detalle en el capítulo 3).

El 365

Una propiedad aritmética del número 365 es la siguiente: $365 = (10 \cdot 10) + (11 \cdot 11) + (12 \cdot 12)$; es decir, es igual a la suma de los cuadrados de tres números consecutivos, empezando por el 10: $10^2 + 11^2 + 12^2 = 100 + 121 + 144 = 365$. Pero, además, es igual a la suma de los cuadrados de los dos siguientes números, 13 y 14: $13^2 + 14^2 = 169 + 196 = 365$.

El 648

Éste es el número más pequeño que puede ser expresado como ab^a en dos expresiones diferentes, a saber: $3 \cdot 6^3 = 2 \cdot 18^2$. Este tipo de números no son muy comunes; he aquí unos cuantos:

$648 = 3 \cdot 6^3 = 2 \cdot 18^2$
$2.048 = 8 \cdot 2^8 = 2 \cdot 32^2$
$4.608 = 9 \cdot 2^9 = 2 \cdot 48^2$
$5.184 = 4 \cdot 6^4 = 3 \cdot 12^3$
$4.1472 = 3 \cdot 24^3 = 2 \cdot 144^2$
$52.488 = 8 \cdot 3^8 = 2 \cdot 162^2$
$472.392 = 3 \cdot 54^3 = 2 \cdot 486^2$
$500.000 = 5 \cdot 10^5 = 2 \cdot 500^2$
$524.288 = 8 \cdot 4^8 = 2 \cdot 512^2$
$2.654.208 = 3 \cdot 96^3 = 2 \cdot 1.152^2$
$3.125.000 = 8 \cdot 5^8 = 2 \cdot 1.250^2$
$4.718.592 = 18 \cdot 2^{18} = 2 \cdot 1.536^2$
$10.125.000 = 3 \cdot 150^3 = 2 \cdot 2.250^2$
$13.436.928 = 8 \cdot 6^8 = 2 \cdot 2.592^2$
$21.233.664 = 4 \cdot 48^4 = 3 \cdot 192^3$
$30.233.088 = 3 \cdot 216^3 = 2 \cdot 3.888^2$
$46.118.408 = 8 \cdot 7^8 = 2 \cdot 4.802^2$
...

El 729

Es igual a 9^3 y el segundo menor cubo que es la suma de tres cubos: $9^3 = 1^3 + + 6^3 + 8^3$. Pero dado que $6^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$ (la suma de tres cubos), 729 o 9^3 es también la suma de cinco cubos. Además, $729 = 3^6$ y, por lo tanto, es 1.000.000 en base 3.

El 952

Es el peculiar producto de: $952 = 9^3 + 5^3 + 2^3 + 9 \cdot 5 \cdot 2$.

El 998

Este número posee una fracción curiosa:
1/998 = 0,001002004008016032064128256513026052104208416833667334669..., un decimal en el cual las potencias de 2 aparecen una detrás de otra hasta que comienzan a sobreponerse y rompen el patrón:

0,001
0,000002
0,000000004
0,000000000008
0,000000000000016
0,000000000000000032
0,000000000000000000064
0,000000000000000000000128
0,000000000000000000000000256
0,000000000000000000000000000512
0,000000000000000000000000000001024
0,000000000000000000000000000000002048
. . . . .
0,001002004008016032064128256513026052...

El 1.001

Una de las curiosidades del número 1.001 es que es divisible entre 7, 11 y 13, tres números primos consecutivos, el producto de los cuales resulta que es el mencionado número. Pero la maravilla no consiste en que $1.001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$, ya que aquí no hay nada sorprendente; lo más notable es que al multiplicar un número de tres cifras por dicho número, se obtiene un resultado que consiste en el mismo número escrito dos veces, por ejemplo: $873 \cdot 1.001 = 873.873$, o $207 \cdot 1.001 = 207.207$.

Esta propiedad resulta clara si descomponemos la multiplicación de la siguiente manera: $873 \cdot 1.001 = 873 \cdot 1.000 + 873 = 873.000 + 873$.

El 1.089

Si multiplicamos $1.089 \cdot 9$ obtenemos 9.801, el mismo número con sus cifras revertidas. Esta propiedad también se da con los números 10.989, 109.989, 1.099.989, y así podríamos ir añadiendo nueves delante del primer ocho. Por otra parte, la fracción $1/1.089 = 0,000918273645546372819100091...$ resulta ser periódica. Finalmente, si un número de tres dígitos se revierte y se le resta el número revertido, y al resultado se le suma su propio reverso, llegamos siempre al número 1.089. Tomemos como ejemplo al número 623: $623 - 326 = 297$ y $297 + 792 = 1.089$.

El 1.233

Este número es curioso porque es igual a $12^2 + 33^2$, o sea, la suma de los cuadrados de sus dos primeros y sus dos últimos dígitos. Otro ejemplo de número que posee esta cualidad es $8.833 = 88^2 + 33^2$.

El 1.634

Lo que tiene de peculiar este número es que es igual a la suma de sus componentes elevados a la cuarta potencia: $1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$. Los otros números de cuatro cifras que poseen esta misma propiedad son 8.208 y 9.474.

El 1.729

Número célebre debido a una anécdota que el matemático inglés G.H. Hardy relata en su *Apología de un matemático*. En cierta ocasión Hardy visitó en el hospital a su protegido, el matemático indio Ramanujan. Sólo por darle conversación, Hardy señaló que el número del taxi que le había traído, el 1.729, era un número bastante soso, a lo que Ramanujan replicó inmediatamente: «¡No, Hardy! ¡No! Se trata de un número muy interesante. Es el número menor que puede expresarse como suma de dos cubos de dos maneras distintas»: $12^3 + 1^3$ y $10^3 + 9^3$.

Godfrey Harold Hardy (1877-1947), matemático inglés que reflexionó sobre la belleza estética de las matemáticas y que, entre otras aportaciones de mayor calado, dio fama al número 1.729.

El 3.333

Si se eleva este número al cuadrado, es decir, 3.333^2, se obtiene 11.108.889, y al sumar por separado las dos mitades de sus dígitos resulta $1.110 + 8.889 = 9.999$. Esta propiedad también la tiene el número 6.666, ya que 6.666^2 da 44.435.556 y sus dos mitades 4.443 y 5.556 suman 9.999.

El 5.040

Este número es el factorial de 7 o $7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$. Asimismo, es igual a $7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$, lo que hace de él un número con la curiosa propiedad de que es el producto de números naturales consecutivos de dos maneras distintas.

El 6.174

Este número es la constante que se obtiene al utilizar el denominado «proceso de Kaprekar» aplicado a los números de cuatro dígitos. El proceso consiste en tomar un número cualquiera de cuatro cifras, ordenarlo de mayor a menor y de menor a mayor, y restar del número mayor el menor. Con el resultado se procede de la misma manera. Finalmente, se llega siempre al número 6.174. Un ejemplo con 3.871: $8.731 - 1.378 = 7.353$; $7.533 - 3.357 = 4.176$ y $7.641 - 1.467 = 6.174$. En este caso han sido suficientes tres pasos. Con otros números se necesitan más, pero finalmente siempre se llega a la constante de Kaprekar. Por cierto, 6.174 es también uno de los denominados «números de Harshad», porque es divisible por la suma de sus dígitos:

$$6.174 / (6 + 1 + 7 + 4) \Rightarrow 6.174 / 18 = 343.$$

El 10.101

El número 10.101 es producto de cuatro números primos: $3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$. Todo número de dos cifras multiplicado por 10.101 da como resultado el propio número escrito tres veces. Por ejemplo: $73 \cdot 10.101 = 737.373$ o $21 \cdot 10.101 = 212.121$. La causa se ve más clara si descomponemos la multiplicación en la forma siguiente:

$$73 \cdot 10.101 = 73\ (10.000 + 100 + 1) = 730.000 + 7.300 + 73.$$

El 1.234.567,87654321

Este número, que asciende del 1 al 8 para, después del segundo decimal, descender siguiendo el mismo orden hasta llegar al 1, es el peculiar resultado de un singular producto: $1.111{,}111 \cdot 1.111{,}111$.

El 4.729.494

Este número aparece como coeficiente en la ecuación de John Pell que supuestamente resuelve el problema del ganado que planteó Arquímedes en su libro *El contador de arena*, y que más o menos dice así: «Si eres diligente y sabio, oh, extranjero, calcula el número de cabezas de ganado del Sol». A continuación se dan una serie de normas ambiguas que pueden resumirse de la manera siguiente: el dios Sol tenía un rebaño formado por un cierto número de toros blancos, negros, moteados y amarillos, así como vacas de los mismos colores. De tal forma que el número de toros blancos es la mitad y la tercera parte de los negros más los amarillos; el número de toros negros es igual a la cuarta más la quinta parte de los moteados más los amarillos; el número de toros moteados e igual a la sexta más la séptima parte de los blancos más los amarillos; el número de vacas blancas es igual a un tercio más un cuarto de la suma de los toros negros y las vacas negras; el número de vacas negras es igual a la cuarta parte más la quinta parte de la suma de los toros moteados más las vacas moteadas; el número de vacas moteadas es igual a la quinta más la sexta parte de la suma de los toros amarillos más las vacas amarillas; el número de vacas amarillas es igual a la sexta más la séptima parte de la suma de los toros blancos más las vacas blancas; además, la suma de los toros blancos y negros es un número cuadrado y la suma de los toros moteados y amarillos es un número triangular. Habiendo interpretado de la forma anterior el problema, John Pell llegó a la siguiente ecuación: $u^2 - 4.729.494v^2 = 1$. De ahí la notabilidad de este número.

El 24.678.050

Este número de ocho cifras es, sorprendentemente, igual a la suma de las potencias octavas de sus dígitos:

$$2^8 + 4^8 + 6^8 + 7^8 + 8^8 + 0^8 + 5^8 + 0^8.$$

El 73.939.133

Este número es el mayor número primo para el que todos los segmentos iniciales de su expansión decimal son también primos: 7, 73, 739, 7.393... Estos números se denominan primos truncables por la derecha.

El 410.256.793

Este número es un número primo borrable, lo que significa que, al irle eliminando (borrando) sus dígitos en un determinado orden, el número resultante, sin cambiar el orden, es también un número primo, y así hasta que sólo quede un dígito. Veamos el proceso para este caso particular:

410.256.793
41.256.793
4.125.673
415.673
45.673
4.567
467
67
7

Se conjetura que hay un número infinito de este tipo de números primos.

El 65.359.477.124.183

Este número posee unos productos muy peculiares, a saber:

$65.359.477.124.183 \cdot 17 = 1.111.111.111.111.111$
$65.359.477.124.183 \cdot 34 = 2.222.222.222.222.222$
$65.359.477.124.183 \cdot 51 = 3.333.333.333.333.333$
$65.359.477.124.183 \cdot 68 = 4.444.444.444.444.444$
$65.359.477.124.183 \cdot 85 = 5.555.555.555.555.555$
$65.359.477.124.183 \cdot 102 = 6.666.666.666.666.666$
$65.359.477.124.183 \cdot 119 = 7.777.777.777.777.777$
$65.359.477.124.183 \cdot 136 = 8.888.888.888.888.888$
$65.359.477.124.183 \cdot 153 = 9.999.999.999.999.999$

UN NÚMERO VERTIGINOSO

El número más elevado que se puede obtener con 3 dígitos es 9! elevado a 9! y a su vez elevado a factorial de nueve 9!. Si consideramos que 9! = 9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1 la cifra resultante, sólo con imaginarla, da vértigo.

El 357.686.312.646.216.567.629.137

Este número es el mayor número primo truncable por la izquierda. Es como el número primo truncable por la derecha visto anteriormente, pero ahora los números que se eliminan son los que van quedando en el lado derecho de la nueva cifra. Pongamos un ejemplo sencillo de número primo truncable por la izquierda: 632.647, 32.647, 2.647, 647, 47 y 7. Con el número que da lugar a esta entrada se procedería de la misma forma.

El 3.608.528.850.368.400.786.036.725

Este enorme número de 25 dígitos es, obviamente, divisible por 25. Pues bien, si se le quita los *n* primeros dígitos, el número resultante de lo extraído es divisible por *n*. Veamos un ejemplo: si se toman los 6 primeros dígitos (360.852), este número es divisible por 6; si se toman los 10 primeros dígitos (3.608.528.850), es divisible por 10.

El 450!

El hombre-computadora Horacio Uhler, en la década de 1950, calculó el valor de 450! sin la ayuda de ordenadores. Encontró que tenía exactamente 1.001 dígitos, por lo que lo bautizó como el «factorial de las mil y una noches».

Números con connotaciones simbólicas en la actualidad

A pesar de los avances científicos y de la racionalidad que impera en el orbe occidental del mundo, ciertos números han conservado su poder simbólico, místico o supersticioso. Algunos ya se han visto en el capítulo anterior, pero aquí sólo se expondrán las connotaciones simbólicas de la modernidad. Se excluyen los números ominosos, esos que se consideran que traen mala suerte, porque se verán en el quinto capítulo.

El 3

Ya hemos visto al hablar del 3 en la Antigüedad que este número era considerado el símbolo de la creación perfecta y de la unidad divina, como si hubiera una tendencia innata en los hombres a agrupar en ternas las concepciones de la mente. Pues bien, esta característica del 3 ha pervivido hasta nuestros días y hoy también se utiliza el 3 para agrupar ideas, conceptos y rituales. Hay quien achaca a Hegel el haber resucitado el culto mágico del número 3 al utilizarlo en sus razonamientos triangulares, un culto que se creyó derrotado en el siglo XVIII cuando ya parecía olvidada la filosofía de los doctores de la Sorbona, quienes al poner la lógica aristotélica al lado de la teología católica, empezaron por admitir la trinidad de pensamiento, sentimiento y volición. Por no mencionar las tres cualidades de la obra literaria según santo Tomás: *integritas* (unidad, totalidad), *consonantia* (coherencia, *decorum*) y *claritas* (capacidad de iluminación de la palabra).

Esta subdivisión en tres categorías sigue siendo utilizada por casi todos los pensadores modernos. Así, por ejemplo, para Aldous Huxley hay tres tipos de inteligencia: humana, animal y... militar. Para el filósofo Daniel Dennett los cerebros animales han evolucionado a través de tres fases: el comportamiento de las *criaturas darwinianas* está determinado genéticamente; las *criaturas skinnerianas* (por el psicólogo conductista norteamericano B.F. Skinner) disponen de una gama de comportamientos pero despliegan uno u otro al azar; y los humanos somos *criaturas popperianas* (por el filósofo de la ciencia Karl Popper). Una criatura popperiana hace lo mismo que una criatura skinneriana, pero sólo dentro de su propia cabeza, como una serie de simulaciones mentales.

Un ejemplo extremo de la influencia del número 3 en las concepciones del pensamiento nos lo proporciona el futurista Velimir Jlebnikov, que elucubró toda una teoría sobre los principales hechos históricos fundamentada en este número. El escritor y visionario ruso estudió las fechas de los sucesos históricos y descubrió que todas ellas seguían patrones que podían relacionarse mediante el número 3.

Veamos algunos de sus ejemplos. El día de la batalla de Mukden, el 26 de febrero de 1905, que detuvo el avance ruso hacia el Este, un avance que comenzó con la conquista de Isker, ocurrió $3^{10} + 3^{10} = 2 \cdot 3^{10}$ días después de la toma de Isker que tuvo lugar siglos antes, el 26 de octubre de 1581. La batalla de Angora, ocurrida el 20 de julio de 1402, que estableció una barrera al avance occidental de los mongoles, ocurrió 3^{10} días después de la conquista de Kiev por los tártaros, ocurrida el 6 de diciembre de 1240, fecha que marcó el comienzo del acercamiento del Este. La

batalla del campo de Kulikovo, ocurrida el 26 de agosto de 1380, detuvo el avance de las hordas del Este hacia el Oeste; ello ocurrió $3^{11} + 3^{11} = 2 \cdot 3^{11}$ días después del saqueo de Roma por Alarico el 24 de agosto del año 410, cuando Roma fue reducida a cenizas. La conquista de Constantinopla en 1453 por los turcos puso límites al empuje de la antigua Grecia hacia el Este; pero este suceso, la caída de la capital de Grecia, ocurrió $3^{11} \cdot 4$ días después del año 487 a.C., cuando los griegos conquistaron Persia y se expandieron por el Este. Jlebnikov expone muchos más casos de sucesos históricos trascendentales marcados por el 3 y sus potencias.

Otro caso curioso de la influencia del 3 se puede observar en la novela *La colmena*, ya que Camilo José Cela tomó este número como eje estructural de la obra. Al parecer pretendía jugar con los múltiplos de 3 para representar las celdillas de las colmenas, hexagonales, que quería identificar con los diferentes collages de la narración. Así, la narración transcurre en 3 días y 6 capítulos, y a través de 396 personajes.

Retrato de Velimir Jlebnikov (1885-1922) y portada de una de sus obras, Zangezi. *El escritor estaba fascinado por la numerología e ideó las denominadas «tablas del destino» en su búsqueda de las leyes matemáticas que, según él, regían el devenir histórico.*

El 7

El 7 y su poder mágico ha persistido, a veces de forma solapada, en muchas de las construcciones literarias y filosóficas de la actualidad. De la antigüedad, sobre todo de los hebreos, ya vimos como los siete cielos, o *heikhalot,* eran paso obligado de la ascensión mística, como luego lo fue para santa Teresa y san Juan de la Cruz.

Hoy el 7, como se ha dicho, también tiene su influencia y aparece en la obra de numerosos artistas y pensadores. Un ejemplo harto significativo: Ricard Lamote de Grignon es un músico que en 1951 ganó el Premio Ciudad de Barcelona por su obra *Enigmes*, una pieza para orquesta sinfónica, coro y recitante. La obra se inspira en el Apocalipsis y está estructurada en torno al número 7, pródigo en significados simbólicos. Como era de rigor, la obra de Lamote de Grignon se divide en siete partes y el título (*Enigmas*) tiene siete letras tanto en catalán como en castellano y otros idiomas europeos. Al comienzo de cada parte, un reducido grupo de instrumentos expone un tema interrogante, integrado por siete sonidos, que acaba formando un acorde suave, por encima del cual el recitador pronuncia los versículos que a continuación serán comentados por la orquesta. Curiosamente, desde su estreno y hasta la fecha, esta obra ha sido interpretada siete veces en el Palau de la Música Catalana.

Los opositores a este tipo de creencias, también numerosos, tienen como antecedente a un pastor luterano, Caspar Neumann (1648-1715), quien luchó contra la superstición numérica de su tiempo, y en concreto con la creencia de que el cuerpo humano está regido por un ciclo de enfermedad de siete años. Según esta superstición, cada siete años una persona atraviesa un momento crítico para la salud y el bienestar. Los 49 (7 · 7) y los 63 (9 · 7) años se consideraban edades especialmente críticas, épocas de gran peligro para la salud. Neumann basó su campaña en registros numéricos de feligreses que databan de hacía más de un siglo. Merced a sus estadísticas, pudo probar que los datos de la tasa de mortandad no cuadraban con lo que esgrimían los defensores de tan numérica creencia.

El 12

El 12, por sus propiedades divisorias, también es utilizado frecuentemente como estructura de obras literarias. Así, en 1969 el escritor francés Georges Perec, perteneciente al OuLiPo (Ouvroir de Littérature Potentielle), elucubró el siguiente proyecto de escritura: tras elegir doce lugares de París (calles, plazas, arcadas) donde hubiera vivido o que tuvieran especial significado para él, debía realizar dos descripciones de estos lugares cada mes, una de ellas escrita en el mismo lugar, tratando de ser lo más neutral posible: lápiz en mano, trataría de describir lo mejor que pudiera las casas, las tiendas, la gente con la que se cruzase, los carteles y cualquier cosa que atrajera su vista. La otra descripción debía realizarse en otro lugar distinto al elegido, y para ella debía recurrir a la memoria, evocando los recuerdos que le hubiera suscitado el lugar. Una vez finalizadas estas descripciones, la idea era meterlas en un sobre y

sellarlas con cera. En el sobre también irían pequeños objetos, o mementos, de su paso por esos lugares: billetes de metro, entradas de cine, recibos de las consumiciones de los bares... Deseaba Perec comenzar estas descripciones cada año siguiendo un algoritmo denominado «bicuadrado latino ortogonal de orden 12». La idea era describir cada lugar en distintas épocas del año y no describir el mismo par de sitios el mismo mes. El experimento habría de durar doce años hasta que todos los lugares hubieran sido descritos dos veces doce veces. Confiaba en tener los 288 textos en 1981, pero la muerte se interpuso. Los objetivos del experimento eran tres: experimentar el envejecimiento de los lugares en sí, en su memoria y en su propia escritura.

El 27

Algunos autores, por mor de dar una pátina de misterio a sus escritos, o por crear una leyenda narrativa, procuran buscar números que les cuadren con sus propósitos y luego los utilizan haciendo que los datos se ajusten a esa cifra. Un caso curioso es el del número 27, conocido hoy por los amantes de la literatura como el número «shandy». En su *Historia abreviada de la literatura portátil*, Enrique Vila-Matas revela la existencia de una sociedad semisecreta denominada Shandy, supuestamente fundada en 1924 en la desembocadura del río Níger, que estaba formada, entre otros, por Marcel Duchamp, Francis Scott Fitzgerald, Walter Benjamin, César Vallejo, Vicente Huidobro, Rita Malú, Valery Larbaud, Pola Negri... y así hasta 27 conspiradores. Requeríase para pertenecer a la citada sociedad, entre otras cosas, que la obra literaria del acólito fuera mínima, portátil, que pudiera trasladarse en un maletín. El que se compusiera de 27 personajes no parece que fuera casualidad, pues ése era el número «shandy» por excelencia. Entre las apariciones de este número en la vida de la liga de la literatura portátil, se consignan las siguientes: 27 eran los años que cumplió el miembro Stephan Zenith cuando se celebró la primera fiesta de la sociedad en Viena. 27 fueron los años que estuvo internada Rita Malú en un remoto manicomio somalí. La intervención de los poetas españoles de la generación del 27 destruyó el viaje estelar de los portátiles. Un 27 de diciembre, Picabia, miembro de la sociedad, contrajo matrimonio. Un cuadro de Paul Klee dedicado al número 27 sintetizaba admirablemente, a juicio de los miembros de la sociedad, la luz y la sombra de los «shandy»; este cuadro podía ser visitado en casa de la condesa de Vansept, mujer que tenía 27 nietos y vivía en el número 27 de una calle de París.

Por otra parte, el 27 se ha convertido en un número aciago en la historia del rock. Janis Joplin, un extraordinario caso de vida fugaz y excesiva, murió por sobredosis

de heroína a los 27 años en una habitación de hotel de Hollywood. Jimi Hendrix también murió a los 27 años, igualmente a causa de una sobredosis. Jim Morrison, el cantante y alma del mítico grupo *The Doors*, fue hallado muerto en la bañera de su apartamento de París con tan sólo 27 años.

Ilustración perteneciente a la novela Tristram Shandy, *de Laurence Sterne, a la que el escritor Enrique Vila-Matas rindió homenaje en la sociedad de 27 miembros que protagoniza su* Historia abreviada de la literatura portátil.

El 28

El otorrinolaringólogo norteamericano George Thommen publicó en 1969 un libro titulado *Biorritmos* que se convirtió rápidamente en un éxito de ventas. Las doctrinas expuestas estaban inspiradas en las curiosas teorías del berlinés Wilhelm Fliess, quien fuera amigo de Sigmund Freud. Fliess, un apasionado de la numerología, afirmaba que las cifras 23 y 28 estaban presentes en la estructura y organización del universo. Desarrollando aquella teoría, Thommen afirmó en su libro que desde el momento de nacer, el ser humano está condicionado por tres diferentes ritmos: uno de orden físico, que se manifiesta en ciclos de 23 días; otro de orden emocional, en ciclos de 28 días, y un tercero de orden intelectual, de 33 días. La teoría de los biorritmos sigue siendo una creencia extendida, como lo demuestran los numerosos libros sobre la materia que se pueden encontrar en cualquier librería.

El 42

Traigo aquí a colación este extraño número empujado por mi admiración por el escritor británico Douglas Adams, autor de la incomparable y divertidísima *Guía del autoestopista galáctico*. En esta saga, que se compone de cinco libros, el número 42, número pobretón y desconocido hasta la fecha, cobra una importancia cósmica. El pasaje protagonizado por este número versa sobre la respuesta dada por el mayor ordenador del universo, Pensamiento Profundo, a la gran pregunta sobre la Vida, el Universo y Todo:

«—De acuerdo —dijo el ordenador, y tornó al silencio. Los dos hombres se agitaron. La tensión era insoportable.

»—La verdad es que no les va a gustar —observó Pensamiento Profundo.

»—¡Tú dínoslo!

»—De acuerdo —contestó Pensamiento Profundo—, la respuesta a la Gran Pregunta...

»—¡Sí...!

»—Sobre la Vida, el Universo y Todo... —dijo Pensamiento Profundo.

»—¡Sí...!

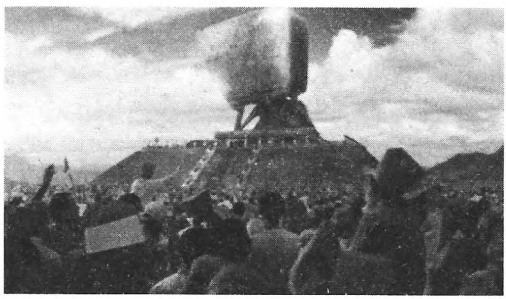
»— Es... —dijo Pensamiento Profundo e hizo una pausa.

»—¡Sí...!

»—Es...

»—¡Sí...!!!!?

»—Cuarenta y dos —dijo Pensamiento Profundo, con calma y majestad infinitas.»

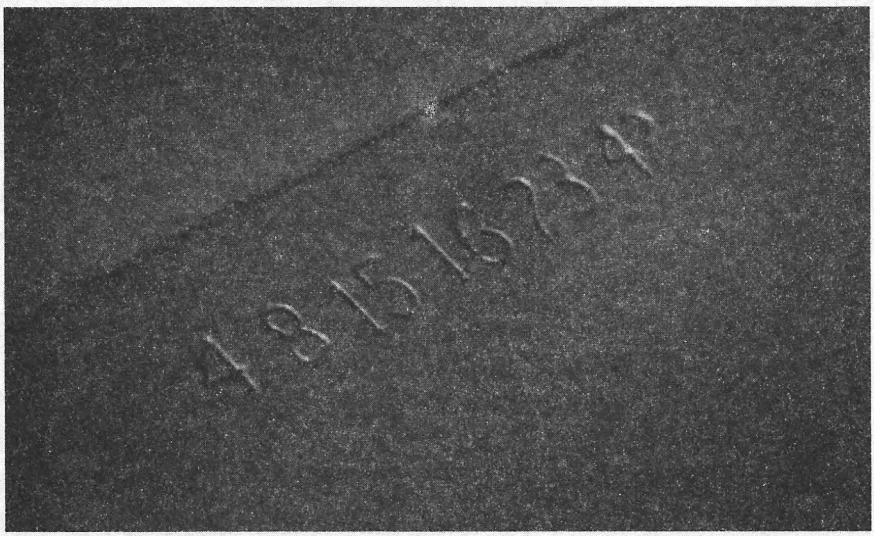


Fotograma de la versión cinematográfica de Guía del autoestopista galáctico, *en la escena en la que el ordenador más poderoso del universo, tras siete millones y medio de años de meditación y ante una expectante multitud, da su respuesta numérica al sentido de la vida y de «todo lo demás».*

108: EL NÚMERO DE *PERDIDOS*

Los números 4 8 15 16 23 42 forman la serie numérica que no cesa de aflorar en la serie de televisión *Perdidos*. Estos números aparecieron por primera vez en el episodio de la primera temporada titulado, precisamente, *Números*, y correspondían a los números ganadores de la lotería que convirtió a Hurley, uno de los protagonistas, en multimillonario. Hurley tuvo conocimiento de estos números a través de Leonard, en un hospital psiquiátrico, quien originalmente los había oído en una transmisión de radio cuando cumplía el servicio militar en el Pacífico. Debido a la racha de mala suerte que Hurley experimentó tras ganar la lotería, sospecha que estos números están malditos. En el capítulo final de la primera temporada, Hurley ve los números grabados en la escotilla de un búnker. En el episodio de la segunda temporada titulado *Adrift* se reveló que son el código que debe introducirse en el ordenador del búnker cada 108 minutos (4 + 8 + 15 + + 16 + 23 + 42 = 108). Introduciendo los números se reiniciaba el contador; si el operador no introducía los números y los confirmaba a tiempo, el contador mostraba una serie de jeroglíficos; durante ese breve periodo de tiempo todavía era posible introducir los números, pulsar «ejecutar» y devolver el contador a 108 minutos. El equipo del búnker debía ser reemplazado cada 540 días (108 · 5), lo que significaba que cada pareja de operarios introducía el código unas 7.200 veces (7.200/108 = 66,666).

En un documental titulado *La experiencia de Perdidos* se reveló que estos seis números son los valores numéricos de la denominada ecuación Valenzetti, una fórmula matemática diseñada para predecir el fin de la humanidad (de ahí ese ominoso 666).



Este número, que antes se ha dicho que era prácticamente desconocido, no lo era tanto, pues en su novela *La vida, instrucciones de uso*, Georges Perec utiliza 42 elementos en cada uno de sus capítulos, extraídos de unas listas que había confeccionado y combinado mediante 21 bicuadrados latinos diferentes. Cada bicuadrado tomaba elementos (objetos, colores, número de personajes, autores citados, acciones, etc.) de dos listas diferentes (o sea $21 \cdot 2 = 42$).

El 137

¿Creen ustedes que la ciencia puntera, la física que estudia las partículas elementales y utiliza los grandes aceleradores de hadrones, es ajena a la influencia misteriosa de los números? Abandonen la idea. El número 137 es la constante de la estructura fina en física; es, sin duda, el número más misterioso de la física moderna. Si se eleva la carga elemental e al cuadrado y se divide el resultado por el doble del producto de c (velocidad de la luz), h (la constante cuántica) y ε_0 (la permitividad eléctrica del vacío), se obtiene 1/137, la recíproca de la constante de la estructura fina. Se cuenta como anécdota que el Premio Nobel de física Wolfgang Pauli, después de muerto, le preguntó a Dios de dónde había sacado ese misterioso 137. Dios le entregó unas hojas llenas de fórmulas matemáticas y le dijo: «Ahí tiene la explicación». Pauli estudió las fórmulas, frunció el entrecejo, alzó la vista y dijo: *Das ist falsch* («Esto es falso»).

Fotografía de Wolfgang Pauli realizada hacia 1930.
Este Premio Nobel de física dedicó grandes esfuerzos intelectuales al número 1/137.

Otro físico, Sir Arthur Eddington, que fue de los primeros en comprender la revolucionaria teoría de la relatividad de Einstein, creía que el número 137 poseía cualidades místicas. Le atribuía poderes en física equivalentes al 666 de los numerólogos.

El 1.024

Este número es igual a 2^{10}, lo que le permite ser protagonista de la siguiente historia. Imagínese que un día se le presenta un señor que dice llamarse Mr. Devilson. Le ofrece, a cambio de firmar un pequeño contrato, toda la suerte que pueda desear en la vida. Y como prueba de su buena fe, antes de que se comprometa, desea demostrárselo. Le inscribe en un torneo de lanzamiento de monedas en el que habrá de competir contra diez contrincantes. Mr. Devilson le informa que merced a su intercesión usted ganará los diez encuentros. Usted, intrigado por la propuesta, acepta. Se enfrenta con el primer contrincante, y gana. La segunda vez también gana. En la tercera, la cuarta y así hasta la novena confrontación, diga usted cara o cruz, la moneda, lanzada por un árbitro neutral, sale del lado que le da ganador. Sólo queda la final. El último lanzamiento. Usted casi no puede creer en tanta suerte. Antes de proceder a la última jugada, Mr. Devilson le recuerda que si gana ha de firmar con un poco de su sangre un pergamino que casualmente lleva encima. Usted medita un poco y, como es algo ducho en matemáticas, reflexiona sobre las probabilidades de acertar en un concurso de cara o cruz diez veces seguidas. Y se dice: «Ganar la primera vez no era difícil, la probabilidad de que saliera lo que yo dijera era del 50%. Ganar dos veces seguidas era más complicado, pues la probabilidad era $50\% \cdot 50\%$, o lo que es lo mismo $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$, una probabilidad entre cuatro. Siguiendo este desarrollo resulta que la probabilidad de acertar diez veces seguidas el resultado de un lanzamiento de monedas es 0,00097656 %, o lo que es lo mismo, una posibilidad entre 1.024».

Pasado el primer atisbo de incredulidad, le dice a Mr. Devilson que acepta y procede con la última suerte del torneo. Y gana. La moneda obedece a sus designios. Convencido de que tan ínfima probabilidad sólo puede deberse a la intercesión sobrenatural de su patrocinador, firma el contrato que le presenta. La pequeña herida en el brazo apenas le ha dolido pensando en lo que podrá conseguir con semejante don que acaba de adquirir. No repara, claro, en los 1.023 jugadores que ha ido dejando en la estacada, en cómo a su vez estos jugadores tenían un patrocinador con una barbita parecida a la de su Mr. Devilson y que éste desaparecía cada vez que su protegido perdía. Y es que los diablos saben muchas matemáticas y saben que diciéndole lo mismo a 1.024 jugadores, uno de ellos (no tendría que haber sido usted, pero siempre habría un «usted») sería el ganador. Las matemáticas no dice quién será ganador, pero sí que habrá un ganador. Y los diablos lo saben. Y saben que sólo se necesitan 1.024 incautos para conseguir un alma, en este caso

la suya. ¡Desconfíe de la suerte y de las probabilidades! Sobre todo si con ellas pretende seducirle un señor bien vestido, de ademanes educados... y barba de chivo.

Cierre con vistosidad

Hay números cuyo desarrollo aritmético los proyecta de forma estética, una estética que diríamos que comparte la belleza de los números, ese universo de simetrías y armonía. Veamos unos ejemplos:

$1 \cdot 8 + 1 = 9$
$12 \cdot 8 + 2 = 98$
$123 \cdot 8 + 3 = 987$
$1.234 \cdot 8 + 4 = 9.876$
$12.345 \cdot 8 + 5 = 98.765$
$123.456 \cdot 8 + 6 = 987.654$
$1.234.567 \cdot 8 + 7 = 9.876.543$
$12.345.678 \cdot 8 + 8 = 98.765.432$
$123.456.789 \cdot 8 + 9 = 987.654.321$

$1 \cdot 9 + 2 = 11$
$12 \cdot 9 + 3 = 111$
$123 \cdot 9 + 4 = 1.111$
$1.234 \cdot 9 + 5 = 11.111$
$12.345 \cdot 9 + 6 = 111.111$
$123.456 \cdot 9 + 7 = 1.111.111$
$1.234.567 \cdot 9 + 8 = 11.111.111$
$12.345.678 \cdot 9 + 9 = 111.111.111$
$123.456.789 \cdot 9 + 10 = 1.111.111.111$

$9 \cdot 9 + 7 = 88$
$98 \cdot 9 + 6 = 888$
$987 \cdot 9 + 5 = 8.888$
$9.876 \cdot 9 + 4 = 88.888$
$98.765 \cdot 9 + 3 = 888.888$
$987.654 \cdot 9 + 2 = 8.888.888$
$9.876.543 \cdot 9 + 1 = 88.888.888$
$98.765.432 \cdot 9 + 0 = 888.888.888$

$1 \cdot 1 = 1$
$11 \cdot 11 = 121$
$111 \cdot 111 = 12.321$
$1.111 \cdot 1.111 = 1.234.321$
$11.111 \cdot 11.111 = 123.454.321$
$111.111 \cdot 111.111 = 12.345.654.321$
$1.111.111 \cdot 1.111.111 = 1.234.567.654.321$
$11.111.111 \cdot 11.111.111 = 123.456.787.654.321$
$111.111.111 \cdot 111.111.111 = 12.345.678.987.654.321$

Otra formación vistosa, ésta ya de elaboración manual y no simple producto del desarrollo algebraico, la traemos aquí para finalizar este capítulo. Y es que los números también pueden disponerse, sin pérdida de exactitud, en formaciones que alegren la vista. Como esta multiplicación en forma de árbol de Navidad:

777.777.777.777
× 777.777.777.777
7
777
77.777
7.777.777
777.777.777
77.777.777.777
7.777.777.777.777
777.777.777.777.777
77.777.777.777.777.777
7.777.777.777.777.777.777
777.777.777.777.777.777.777
77.777.777:777.777.777.777.777
86.419.753.086.249.913.580.247
× 7
604.938.271.603.728.395.061.729

Capítulo 3

Números con nombre, incluso con apellido

La labor taxonómica de los números ha pasado de estar reservada a los números protopitagóricos (número de oro, número pi) y funcionales (números pares, impares, positivos, etc.) a ocuparse primero de números con nomenclatura de fantasía (felices, perfectos, amigos, narcisistas) y luego de aquellos números que su descubridor ha designado con su propio nombre o, más generoso, con el de un amigo. A continuación se detallan, obviando los protopitagóricos y los funcionales, una serie de números con nombre: en primer lugar se analizan aquellos con nomenclatura de fantasía y luego aquellos con nombres y apellidos.

Números con nombres de rara invención

Números perfectos

La perfección no es sólo atributo de lo sublime, lo utópico o lo divino, sino también de ciertos números. Por definición, un número perfecto es aquel que es igual a la suma de sus divisores, exceptuado él mismo. Se los denominó «perfectos» porque en tiempos antiguos se dio a esta propiedad una interpretación divina. Por ejemplo, san Agustín (354-430) afirma en su libro *La Ciudad de Dios* que Dios creó el mundo en seis días y que el 6, por lo tanto, es un número perfecto ($6 = 3 + 2 + 1$), al igual que el 28 ($28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$), que son los días en los que la luna tarda en dar la vuelta alrededor de la tierra.

De hecho, los dos primeros números perfectos son el 6 y el 28. Los dos siguientes son el 496 y el 8.128. En ambos casos la suma de los divisores da el número de partida.

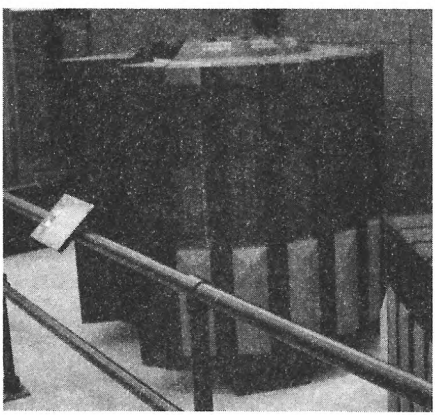
$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248.$$
$$8.128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1.016 + + 2.032 + 4.084.$$

CURIOSIDAD

Si examinan atentamente los primeros cuatro números perfectos (6, 28, 496 y 8.128), podrían conjeturar que el *n* número perfecto tendría *n* cifras, pero ello no es así. El siguiente número perfecto es 33.550.336. Podrían entonces pensar que el último dígito alterna del 6 al 8, pero de nuevo se trataría de un error: el siguiente número perfecto es 8.589.869.056. Entonces cambiarían su conjetura diciendo que los números pares perfectos acaban o bien en 6 o bien en 8. Y entonces estarían en lo cierto: el siguiente número perfecto es 137.438.691.328.

A la búsqueda de los números perfectos en flor

Los cuatro primeros números perfectos aparecen ya en la *Aritmética* de Nicómaco de Gerasa (del siglo I); el quinto número perfecto, el 33.550.336, aparece en un manuscrito del siglo XV; el sexto, el 8.589.869.056, y el séptimo, el 137.438.691.328, fueron descubiertos por Cataldi en 1588. El octavo es $2^{30}M_{31}$ (donde M_{31} es 2,147.483.647, el trigésimo primer número de Mersenne) y fue descubierto por Euler en 1750. Más tarde, con las calculadoras electrónicas, se pudieron calcular otros tres, el último de los cuales, 2^{1278} ($2^{1279}-1$), tiene aproximadamente 770 cifras.



A la izquierda, página perteneciente a una edición de 1470 de La Ciudad de Dios *de san Agustín, Padre de la Iglesia que hizo referencia a diversos números perfectos. Arriba, el ordenador Cray-2, en una fotografía realizada en el Computer History Museum ubicado en Silicon Valley; en la década de 1990 esta máquina permitió calcular nuevos y enormes números de este tipo.*

En 1992, mediante un ordenador Cray-2, se calculó el número primo de Mersenne: $2^{756.839}-1$. A partir de este dato fue sencillo calcular el número perfecto más grande conocido hasta esa fecha:

$$2^{756.838}(2^{756.839}-1).$$

Este número contiene 455.663 cifras, y para transcribirlo entero se necesitaría llenar un libro de texto de unas 180 páginas. En el actualidad, el número perfecto más grande descubierto es:

$$2^{3.021.376}(2^{3.021.377}-1),$$

el cual ha sido formado a partir del número primo más grande conocido hasta la fecha: $2^{3.021.377}-1$, que es un primo de Marsenne. De hecho, siempre que se descubre un nuevo número primo de Mersenne del tipo 2^n-1, se puede generar un nuevo número perfecto sólo con multiplicarlo por 2^{n-1}. Así, por ejemplo, el número primo $2^{3.021.377}-1$ nos lleva al trigésimo séptimo número perfecto $2^{3.021.376}(2^{3.021.377}-1)$.

Números casi perfectos

El 16 es un número casi perfecto porque sus factores, excluyéndose él mismo, suman uno menos que su valor: $1+2+4+8=15$. Como se verá más adelante, al hablar de los números abundantes, todas las potencias de 2 son números casi perfectos. No se conoce la existencia de números casi perfectos que sean impares.

Si la suma de los factores, en lugar de dar un número menor que el propio número diera un número mayor, a ese número se le denominaría cuasi-perfectos. Se sabe que un número cuasi-perfecto debe ser el cuadrado de un número impar, que también sería un número impar, pero se ignora si existen tales números. Lo que sí se sabe es que, de existir, tendrían que ser mayores que 10^{35}.

Números múltiplo-perfectos

El matemático francés Marin Mersenne descubrió que los factores de 120 sumaban $2\cdot 120=240$, y propuso a su amigo Descartes descubrir números cuya suma de factores fuera múltiplo del número original. En el caso anterior, más desglosado, tenemos: $120=2^3\cdot 3\cdot 5$, y sus factores 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40 y 60

suman $240 = 2 \cdot 120$. Si 120 se cuenta entre sus propios factores, entonces la suma es $360 = 3 \cdot 120$, y por esta razón este número es a veces llamado tri-perfecto. Sólo se conocen seis números tri-perfectos: 120, 672, 523.776, 459.818.240, 1.476.304.896 y 31.001.180.160. Son todos pares, al igual que los números perfectos. De existir un número tri-perfecto impar, éste excedería de 10^{70} y tendría al menos once factores primos.

Se conocen cientos de número múltiplo-perfectos hasta el orden 9 (que es nueve veces el número original). Uno de los más pequeños dentro del orden 8 fue descubierto por el hombre-computadora Alan L. Brown, y sus factores son: $2 \cdot 3^{23} \cdot 5^9 \cdot \cdot 7^{12} \cdot 11^3 \cdot 13^3 \cdot 17^2 \cdot 19^2 \cdot 23 \cdot 29^2 \cdot 31^2 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 53 \cdot 61 \cdot 67^2 \cdot 71^2 \cdot 73 \cdot 83 \cdot \cdot 89 \cdot 103 \cdot 127 \cdot 131 \cdot 149 \cdot 211 \cdot 307 \cdot 331 \cdot 463 \cdot 521 \cdot 683 \cdot 709 \cdot 1279 \cdot 2141 \cdot \cdot 2557 \cdot 5.113 \cdot 6.481 \cdot 10.429 \cdot 20.857 \cdot 110.563 \cdot 599.479 \cdot 16.148.168.401$.

Números amigos

Desde la Antigüedad se ha convenido en que dos números son amigos si, y sólo si, cada uno de ellos es la suma de los divisores del otro, excluido el propio número. Los números 220 y 284 son los únicos números amigos que aparecen en los antiguos textos de aritmética. Veamos cómo estos números cumplen la condición:

Divisores de 220: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110 (suman 284).
Divisores de 284: 1, 2, 4, 71, 142 (suman 220).

Ya en la Biblia se dice que Jacob ofreció a su hermano 220 ovejas en un intento de aplacar sus intenciones de matarlo; para los exégetas judíos, 220 es un número mágico. Los números amigos también aparecen frecuentemente en los escritos árabes. Por ejemplo, Ibn Khaldun (1332-1406) en su *Prolegómeno histórico*, les reconoce virtudes maravillosas para la confección de talismanes y horóscopos, y también habla de sus propiedades mágicas.

Efigie de Ibn Khaldun en un billete de 10 dinares tunecinos. El erudito andalusí del siglo XIV hizo mención a los números amigos, unas cifras ya entonces muy estudiadas por los matemáticos árabes.

La afición por los números amigos pasó luego a Europa y así, autores del siglo XVI como Chuquet, Etienne de la Roche, Cardano y Tartaglia escribieron sobre ellos. Pero fue el matemático francés Pierre de Fermat (1601-1665) el primero que obtuvo en Occidente un nuevo par de números amigos. Aplicando una regla que ya en tiempos había utilizado el matemático árabe Abu-l-Hasan Thabit ibn Qurra, Fermat descubrió en 1636 dos nuevos números amigos: el 17.296 y el 18.416 (aunque parece ser que en realidad ambos números fueron descubiertos siglos antes por otro matemático árabe, Ibn al-Banna). Al tiempo que los divulgó, Fermat desafió a Descartes para que encontrase otra pareja, y Descartes, aceptando el reto, lo logró dos años más tarde, en 1638, anunciándoselos a Mersenne por carta: eran el 9.363.584 y el 9.437.056.

Euler, conocido como «el maestro de todos los matemáticos», siguió estudiando este asunto y en 1747 dio una lista de treinta parejas de números amigos, lista que extendió posteriormente a sesenta. No obstante, en 1909 se comprobó que uno de sus pares era falso, y en 1914, otro. Pero ello no le resta mérito alguno al gran matemático suzio.

Sin embargo, el segundo par más pequeño de números amigos (el 1.184 y el 1.210) fue descubierto por Nicoló Paganini. Lo descubrió con dieciséis años en 1866, habiendo sido previamente pasado por alto por Fermat, Descartes e incluso Euler. Y el tercer par más pequeño (el 12.285 y el 14.595), que también había pasado desapercibido a los matemáticos anteriores, fue descubierto por B.H. Brown en 1939.

Actualmente, con las posibilidades que proporciona la informática, se ha aumentado considerablemente la lista de los números amigos. Hoy se conocen más de 400 de estos números. Como curiosidad, sólo apuntar que la mayoría de los números amigos son, por separado, divisibles por 3, aunque esto no es una regla general.

Números novios o casi-amigos

Los números 195 y 140 forman el segundo par de números novios o casi-amigos. Estos números cumplen la regla:

$$\sigma(140) = \sigma(195) = 140 + 195 + 1, \sigma(m) = \sigma(n) = m + n + 1,$$

donde $\sigma(n)$, o función divisor, es la suma de todos los divisores de n, incluyendo al propio número.

No son números amigos por poco, de ahí la denominación de casi-amigos, aunque a veces también reciben el nombre de pares amigables reducidos.

El primer par de números casi-amigos es 48, 75, luego vienen, en parejas: (140, 195), (1.050, 1.925), (1.575, 1.648)...

El desarrollo del primer par es el siguiente:

$$\sigma(48) = 1+ 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 16 + 24 + 48 = 124,$$
$$\sigma(75) = 1+ 3 + 5 + 15 + 25 + 75 = 124,$$
$$\sigma(48) = \sigma(75) = 48 + 75 + 1 = 124.$$

Números sociables

Se llaman números sociables aquellos números que poseen las mismas características que los números amigos pero en lugar de ir en parejas van en grupos más grandes. La suma de los divisores del primer número da el segundo; la suma de los del segundo da el tercero, y así sucesivamente. La suma de los divisores del último da el primer número de la lista. Por ejemplo, los números 12.496, 14.288, 15.472, 14.536 y 14.264 son números sociables, ya que cumplen la condición descrita.

Números felices

Si los números pueden ser primos, perfectos, amigos y novios, ¿por qué no podrían ser felices o infelices? Definamos el siguiente algoritmo: se toma un número entero positivo expresado en el sistema de numeración decimal y se suman los cuadrados de sus dígitos, con lo que se obtiene otro número entero positivo. Con este número, se repite la operación de sumar los cuadrados de sus dígitos hasta llegar a 1 o a un ciclo que no lo contiene. Los números que al final del proceso dan 1 son los llamados felices, y al resto, por exclusión, se les denomina infelices.

El 203 es feliz, porque $2^2 + 3^2 = 13$; $1^2 + 3^2 = 10$; $1^2 + 0^2 = 1$. Son felices, por ejemplo, 1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97 y 100.

El 4 no es feliz, porque entra en un bucle: 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4... que le impide alcanzar la unidad.

Números ambiciosos

Se denomina ambicioso (*aspiring*) al número que cumple la siguiente condición: la secuencia que se forma al sumar sus divisores propios, después los divisores propios del resultado de esa suma y después los del número obtenido, acaba en un número

perfecto. Por ejemplo, 25 es un número ambicioso, ya que sus divisores propios son 1 y 5 y se cumple que $1 + 5 = 6$, que es un número perfecto.

Números afortunados

Los números primos pueden obtenerse mediante la denominada criba de Eratóstenes: se escriben todos los números naturales en orden y se eliminan los múltiplos de 2, luego los múltiplos de 3 y así sucesivamente. Los números que permanecen son números primos. Pues bien, la búsqueda de números afortunados sigue un proceso similar: una vez escritos todos los números naturales en orden, se eliminan primero todos los números pares, dejando sólo los impares: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19... Después del 1, el próximo número es el 3, por lo que se elimina cada tercer número de la secuencia, quedando la nueva serie así: 1, 3, 7, 9, 13, 15, 19... El primer número que queda es el 7, por lo que se elimina cada séptimo número de la secuencia anterior, y luego se continúa con el mismo proceso de eliminación. El resultado es una serie numérica que empieza 1 3, 7, 9, 13, 15, 21, 25, 31, 33, 37, 43, 49, 51...

Retrato de Eratóstenes, matemático griego de los siglos II-I a.C. que da nombre a la criba que permite obtener los números primos.

A estos números, quizá por haberse salvado de una criba feroz, se los denomina afortunados, y son números que comparten muchas propiedades con los números primos, lo que hace sospechar que esas propiedades pertenecen a los primos no porque no tenga divisores aparte del 1 y el propio número, sino porque pueden construirse mediante la criba de Eratóstenes. Probablemente los números de cualquier secuencia construida por una criba similar tendrán parecidas propiedades.

Números narcisistas

También los números gustan de contemplarse en las aguas de la armonía aritmética. En el sistema de numeración decimal se dice que un número es narcisista cuando equivale a la suma de las potencias de sus cifras elevadas todas a la cantidad de dichas cifras. El más pequeño que se conoce es el 153, que equivale a $1^3 + 5^3 + 3^3$ y le sigue el $370 = 3^3 + 7^3 + 0^3$. A continuación se muestra un número narcisista impresionante: $4^{10} + 6^{10} + 7^{10} + 9^{10} + 3^{10} + 0^{10} + 7^{10} + 7^{10} + 7^{10} + 4^{10} = 4.679.307.774$.

Números malvados

Ya hemos visto que los números pueden poseer características sólo atribuibles a los humanos, como la felicidad, la amistad, etc. Pues bien, el mal también se contagia y es por ello que existen los números malvados. Se llama número malvado a todo número natural cuya expresión en base 2 (binaria) contiene un número par de unos. Por ejemplo, 12 y 15 son números malvados ya que $12 = 1100_2$ y $15 = 1111_2$. Se desconoce el porqué de esta animadversión hacia el 1, pero así se han definido estos números. Cuando contienen un número impar de unos se denominan números odiosos.

Números palíndromos

Son aquellos números que se leen igual empezando por cualquiera de los dos extremos, como por ejemplo 242. Pero este número no ha sido aquí escogido al azar, sino porque posee una propiedad curiosa: sumado a sí mismo, da otro número palíndromo: $242 + 242 = 484$. Este último, además, puede expresarse en forma también palíndroma: 22^2.

El mayor número palíndromo conocido fue descubierto por Harvey Dubner en 1991, y responde a la expresión: $10^{11.310} + 4.661.664 \cdot 10^{5.652} + 1$. Designando, para abreviar, 0_{100} a la expresión de 100 ceros seguidos, el número es $10_{5.651}46616640_{5.651}1$.

PRUEBA SENCILLA DE QUE LOS NÚMEROS PALÍNDROMOS SON INFINITOS

Tómese el número palíndromo 24.642. Este número puede convertirse en otro palíndromo de mayor orden simplemente intercalando ceros entre los dígitos que lo componen: 204.060.402. A su vez, éste nuevo número palíndromo se puede ampliar intercalando dos ceros en los lugares donde ahora hay un solo cero. Y así hasta el infinito.

Números congruentes

Se dice que dos números enteros son congruentes módulo m cuando dan el mismo resto al dividirlos por m. Por ejemplo, 9 es congruente con 5 módulo 4, pues ambos números dan de resto 1 al dividirlos por 4. Otros ejemplos: 72 y 47 son congruentes módulo 5 (dan ambos, de resto, 2), y 19 y 12 son congruentes modulo 7 (dan ambos, de resto, 5).

Números abundantes

El 12 es el primer número abundante, porque es menor que la suma de sus factores excluyéndose él mismo: $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$. Otro ejemplo: el 24; sus divisores son 1, 2, 3, 4, 6, 8 y 12, cuya suma es 36 y puesto que 36 es mayor que 24, el número 24 es abundante. Y su abundancia es $36 - (2 \cdot 24) = 12$. Sólo hay 21 números abundantes menores que 100, en este orden: 12, 18, 20, 24, 30, 36... Todos son pares.

Otra manera de definir a estos números (también denominados a veces excesivos) es decir que es abundante el número n para el que se cumple que $\sigma(n) > 2n$, siendo $\sigma(n)$ la función divisor, esto es, la suma de todos los divisores de n, incluido el propio n. Por definición, se denomina «abundancia» de ese número al valor $\sigma(n) - 2n$.

Los números abundantes son en esencia números con una cantidad suficiente de factores primos diferentes. Todos los números primos y potencias de primos son «deficientes», que sería lo contrario de «abundantes». Otra regla establece que todos los múltiplos de un número abundante son también números abundantes. Y cualquier divisor de un número deficiente es también un número deficiente.

Números «repunit»

Son aquellos números cuyos dígitos son 1. Por ejemplo 1, 11, 111, 1111... Se representan como R_n, donde n es el número de unos que contiene el número. Los únicos números «repunit» que se sabe que son primos son R_2, R_{19}, R_{23}, R_{317} y $R_{1.031}$. Si R_n es número primo entonces n también ha de ser número primo. Pero no a la inversa: si n es primo ello no significa que R_n sea primo. Vean esta curiosa representación del R_{38}:

$$R_{38} = 11 \cdot 909.090.909.090.909.091 \cdot 1.111.111.111.111.111.111.$$

Esta forma proviene por ser $38 = 2 \cdot 19$, lo que también permite presentarlo así:

$$10.000.000.000.000.000.001 \cdot 1.111.111.111.111.111.111 = R_{38}.$$

Obvia decir que los números «repunit» son una variante singular de los números palíndromos.

Números primoriales

Son aquellos números de la forma $p\# \pm 1$, donde $p\#$ es el producto de todos los números primos menores o igual a p. Así, tenemos que $3\# + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$. Por lo tanto, el primorial $3\# + 1$ es un primorial primo. Pero no todos los primoriales son primos. Por ejemplo, $13\# + 1 = (2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13) + 1 = 30.031 = 59 \cdot 509$, luego no es primo pero sí primorial.

El número primorial más grande que se conocía en 1993 era el $24.029\# + 1$, descubierto por Chris Caldwell y contenía 10.387 cifras. Pero hoy el número primorial más grande que se conoce es el $392.113\# + 1$, y tiene 169.966 dígitos. Fue hallado en 2001 por un equipo que se autodenomina $p16$.

Números piramidales

Si las balas de cañón pudieran apilarse de forma que cada capa fuera un cuadrado, el número de bolas contenidas en las pilas sucesivas seguirían esta serie: 1, 5, 14, 30, 55, 91, 140...

La fórmula general para el enésimo número en la secuencia es:

$$\frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{6}.$$

Otros números piramidales pueden definirse imaginando que las bolas se apilan en capas pentagonales, hexagonales, etc., pero es imposible apilarlas siguiendo patrones regulares.

La fórmula para hallar el número de bolas contenidas hasta la capa enésima de una «pirámide pentagonal», por ejemplo, sería: $1/2n^2(n+1)$.

Números cíclicos

Se denomina número cíclico al número natural de n cifras que al multiplicarlo por cualquier otro número natural entre 1 y n se obtiene un resultado formado por las mismas cifras que él, pero desplazadas cíclicamente. El ejemplo más cé-

lebre es el número 142.857, que al multiplicarlo por 2 se convierte en 285.714 y al multiplicarlo por 3 en 428.571. He aquí el resumen de sus productos hasta el número 6:

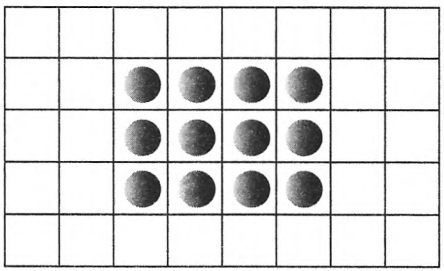
$$142.857 \cdot 1 = 142.857$$
$$142.857 \cdot 2 = 285.714$$
$$142.857 \cdot 3 = 428.571$$
$$142.857 \cdot 4 = 571.428$$
$$142.857 \cdot 5 = 714.285$$
$$142.857 \cdot 6 = 857.142.$$

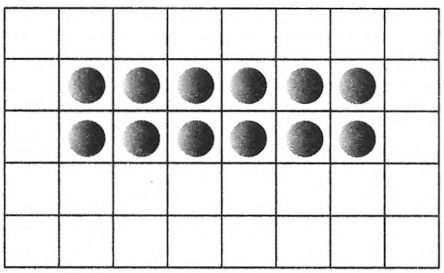
Otra curiosidad de este número es que la suma de los tres primeros dígitos con los tres últimos, tanto tomados en su orden natural como en orden inverso, suman 999.999. ¿Será porque $142.857 \cdot 7$ da 999.999?

También tenemos que $142.857 \cdot 361 = 51.571.377$; sumando este resultado por secciones: $51 + 571 + 377 = 999$; o también, $51 + 57 + 13 + 77 = 198$, que sumando sus mitades $(01 + 98)$ da 99.

Número rectangular

Es un número cuyas unidades se pueden ordenar en forma de rectángulo de lados mayores que 1. Ello se aprecia mejor con un ejemplo. Tómese el número 12, que es un número rectangular. Este número puede ponerse en forma rectangular de dos maneras diferentes:





Las formas rectangulares que puede adoptar el número 12 (y por extensión todos los números rectangulares), vienen definidas por el producto de sus factores cuando éstos pueden agruparse en dos. En el caso del 12 serían:

$$3 \cdot 4 = 12,$$
$$2 \cdot 6 = 12.$$

Es decir, dos únicas formas. ¿Y el 15? Sólo de una, pues sólo dos de sus factores, al multiplicarse, dan 15 ($3 \cdot 5 = 15$).

Números sordos

Llámase sordo a cualquier número natural que no posea raíz exacta. Se denomina así porque es como si le faltase un sentido. Un ejemplo: $\sqrt{2}$ (raíz cuadrada de 2) no puede ser simplificado en un número entero, por lo tanto es un número sordo. Sin embargo, $\sqrt{4}$ (raíz cuadrada de 4) puede ser simplificado a 2; por lo tanto, no es un número sordo.

Números automorfos

Se denomina número automorfo a aquel que aparece al final de su propio cuadrado. Dejando de lado los casos triviales: 0 y 1, 5 y 6 son los únicos automorfos de un solo dígito. Los automorfos de dos dígitos son el 25, cuyo cuadrado es 625, y el 76, cuyo cuadrado es 5.776. Automorfos de tres dígitos son el 376 y el 625.

Estos números dan la impresión de que, pese a la transformación sufrida al elevarlos al cuadrado, conservan algo de su propia identidad al formar parte del nuevo número. Como máximo existen dos automorfos para cada número determinado de dígitos, uno terminado en 5 y otro, en 6. No más. Pero lo normal es que sólo exista uno. El único ejemplo de un número automorfo de cuatro dígitos es el 9.376. El único automorfo de cinco dígitos es el 90.625.

Números trimorfos

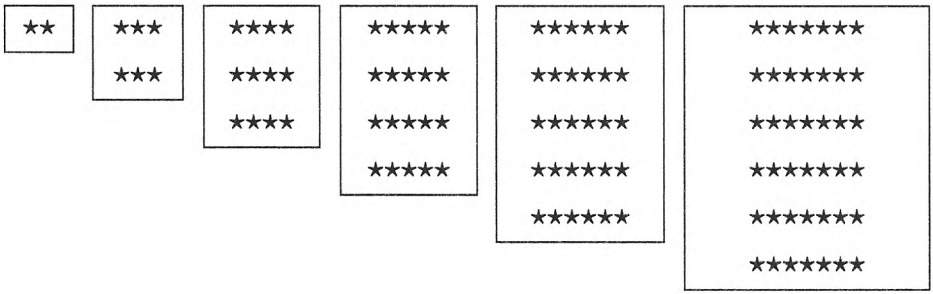
Los números trimorfos son similares a los automorfos, sólo que la propiedad la cumplen con el cubo: $4^3 = 64, 24^3 = 13.824, 249^3 = 15.438.249$. Todos los números automorfos son también trimorfos.

Números oblongos

Un número oblongo (también denominados prónico) es un número del tipo $n(n + 1)$, siendo n un número natural. La explicación es sencilla: es un número compuesto por la multiplicación de dos números consecutivos. El enésimo número oblongo es

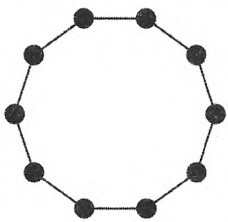
igual a dos veces el enésimo número triangular o n unidades más que el enésimo número cuadrado. Los primeros números oblongos son: 0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132, 156, 182, 210, 240, 272, 306 ...

Se denominan oblongos porque pueden representarse de la siguiente forma:



Número decagonal

Se trata de un número que se puede poner en una figura que represente un decágono.



El número decagonal para un número n viene dado por la fórmula: $4n^2 - 3n$, siendo $n > 0$. Los primeros números decagonales son: 1, 10, 27, 52, 85, 126, 175, 232, 297, 370... Estos números siempre alternan la paridad: a un número impar le sigue uno par.

Número octaédrico

A la manera del número decagonal, un número octaédrico es aquel que puede representarse figurativamente como un octaedro o dos pirámides cuadradas juntadas por su base. Estos números se calculan mediante la fórmula siguiente:

$$O_n = \frac{1}{3}(2n^3 + n).$$

Los primeros números octaédricos son: 1, 6, 19, 44, 85, 146, 231, 344, 489... Sir Frederick Pollock conjeturó en 1850 que todo número es la suma de cómo máximo 7 números octaédricos.

Números «omirp»

«Omirp» es primo escrito al revés. Jeremiah P. Farrell denominó así a los números primos no palíndromos que también son primos si se invierte el orden de sus dígitos. El último año «omirp» fue 1979. El próximo será 3011. Desgraciadamente, en los dos casos se repite un dígito, y al buscador de números le interesan mucho más los «omirp» sin dígitos repetidos, los que podrían denominarse «omirp sin-rep». Los primeros números de esta serie son: 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 107... Evidentemente, los «omirp sin-rep» constituyen un conjunto finito, porque cualquier número de más de diez dígitos contiene repeticiones.

Existe un sólo «omirp» de seis cifras que sea cíclico: si se pasa el primer dígito al último lugar y se repite la operación con todos los dígitos, las permutaciones resultantes son todas «omirp». Ese número, único en su clase, es el 193.939. Dicho de otra manera, si se escriben esas cifras en círculo, se puede empezar tomando una de ellas y seguir en cualquiera de las dos direcciones y siempre se obtendrá un primo de seis dígitos. No existen «omirp» cíclicos de cuatro, cinco o siete cifras.

Números raros o extraños

Son aquellos números cuyos divisores suman más que el propio número, pero ninguna combinación de divisores da ese número. Se denominan raros o extraños porque en realidad lo son. Los únicos números extraños por debajo de 10.000 son: 70, 836, 4.030, 5.830, 7.192, 7.912 y 9.272. Nótese que todos son pares. El matemático Paul Erdös llegó a ofrecer en su día 10 dólares por el primer ejemplo de un número extraño impar, y 25 dólares por la prueba de que no existían tales números. Hoy en día, aún se desconoce si existen números extraños impares, pero de existir se sabe que éstos tendrían que ser mayores que $2^{32} \approx 4 \cdot 10^9$.

Números especulares

Dos números naturales se llaman especulares para la multiplicación cuando sus imágenes especulares dan el mismo producto que ellos. Por ejemplo, $23 \cdot 64 = 46 \cdot 32$.

Otras parejas de números especulares son:

$$42 \cdot 36 = 24 \cdot 63.$$
$$21 \cdot 36 = 12 \cdot 63.$$
$$21 \cdot 48 = 12 \cdot 84.$$
$$31 \cdot 26 = 13 \cdot 62.$$
$$39 \cdot 62 = 93 \cdot 26.$$
$$69 \cdot 32 = 96 \cdot 23.$$
$$41 \cdot 28 = 14 \cdot 82.$$
$$36 \cdot 84 = 63 \cdot 48.$$
$$86 \cdot 34 = 68 \cdot 43.$$

Números intocables

Se denomina número intocable a todo número natural que no es la suma de los divisores propios de ningún número. Por ejemplo, los número 52 y 88 son números intocables.

Números con nombre y apellido

Números de Kaprekar

Un número de Kaprekar es aquel que cuando se eleva al cuadrado y se toma un número determinado de dígitos de la derecha y se le suma el número remanente que queda a la izquierda, da el número original. Por ejemplo: $297^2 = 88.209$; sus partes: $88 + 209 = 297$. De este modo, 297 es un número de Kaprekar.

Los primeros números de Kaprekar son 1, 9, 45, 55, 99, 297, 703, 999, 2.223, 2.728, 4.950, 5.050, 7.272, 7.777... Muchos números consecutivos de la serie de Kaprekar, al ser sumados dan, por lo general, números redondos. Por ejemplo: $1 + 9 = 10$; $45 + 55 = 100$; $297 + 703 = 1000$; $4.950 + 5.050 = 10.000$, etc.

El número 142.857 es de Kaprekar: $142.857^2 = 20.408.122.449$. Separando este número en dos partes, y sumándolas, se obtiene: $20.408 + 122.449 = 142.857$. El número Kaprekar de 10 dígitos más pequeño es:

$$1.111.111.111.$$

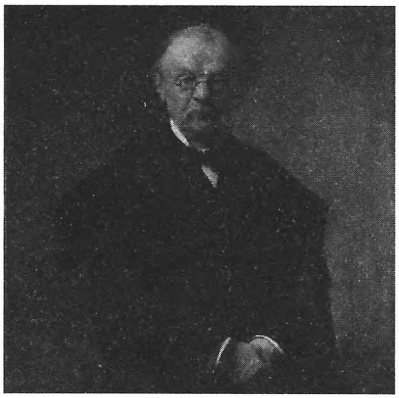
Estos números, llenos de formas y caparazones sonoros, se deben al matemático indio Shri Dattatreya Ramachandra Kaprekar (1905-1986).

Números de Catalan

Los números de Catalan (nombre del matemático belga Eugène Charles Catalan) son la secuencia de números construidos mediante la fórmula:

$$\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}.$$

Resultan ser 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1.430, 4.862, 16.796, 58.786, 208.012... Esta serie, aparentemente sin sentido, se ha demostrado útil para contestar a sutiles preguntas tanto de los propios matemáticos como de los científicos. Por ejemplo, ¿de cuántas maneras puede dividirse un polígono regular de n lados entre $(n-2)$ triángulos, si cada orientación cuenta separadamente? La respuesta son los números de Catalan.



Eugène Charles Catalan (1814-1894) desarrolló los números que llevan su nombre con el fin de resolver problemas de combinatoria.

Otro ejemplo: ¿de cuántas maneras es posible situar paréntesis alrededor de una secuencia de $n+1$ letras, de tal manera que haya dos letras dentro de cada paréntesis? Pues ab de una sola manera: (ab); abc de dos maneras: (ab)c y a(bc); abcd de 5 maneras..., y así recorreríamos todos los números de Catalan.

Números de Sophie Germain

Los números de Sophie Germain, en honor de su descubridora, la matemática francesa Marie-Sophie Germain, son números primos de una forma especial: aquellos que

multiplicados por 2 y añadiéndoles la unidad dan otro primo. En notación simbólica, p es un número primo de Sophie Germain si $2p + 1$ es también primo. El número primo de Sophie Germain más pequeño que existe es el 2, pues $2 \cdot 2 + 1 = 5$, que es también primo. El siguiente es el 3, ya que $2 \cdot 3 + 1 = 7$. El número primo de Sophie Germain más grande conocido durante mucho tiempo fue el $9.402.702.309 \cdot 10^{3000} + 1$. El doble de este número, y sumada posteriormente la unidad, da un número primo. En marzo de 2010 se descubrió el que ostenta la plusmarca dentro de los primos de Sophie Germain:

$$183.027 \cdot 2^{265440} + 1.$$

Posee 79.911 cifras. Y como todo número de Sophie-Germain, si lo duplicamos y le añadimos la unidad, obtenemos otro número primo:

$$183.027 \cdot 2^{265441} + 1.$$

Se supone, si bien no se ha demostrado, que los números primos de Sophie Germain son inagotables, como los números primos.

Números de Lychrel

Un número Lychrel es aquel número natural que no puede formar un capicúa si se le suman, de forma iterativa, los dígitos que lo componen invertidos. Este proceso es llamado algoritmo 196, por ser 196 el primer número natural que no cumple esta regla.

Normalmente un número palíndromo o capicúa se consigue mediante unas sencillas reglas aritméticas: dado un número, se le añade el número que forman sus cifras invertidas. Si el resultado no es palíndromo, al nuevo número se le aplica la regla anterior. Al cabo de cierto número de pasos se llega a un número palíndromo. Por ejemplo:

$56 + 65 = 121$, en un paso.
$139 + 931 = 1.070$; $1.070 + 0701 = 1.771$, en dos pasos.

Pero no siempre funciona el artificio. El primer número natural para el que no funciona la regla es el número 196, de ahí su peculiaridad. A estos números irreductibles a capicúa por medio de sumarle su inverso se los denomina números de Lychrel, nombre fue acuñado por el matemático Wade Van Landingham (Lychrel es un anagrama del nombre de su novia, Cheryl).

Hasta hoy no se ha encontrado ningún número Lychrel aparte del citado 196, pero se sospecha que hay muchos.

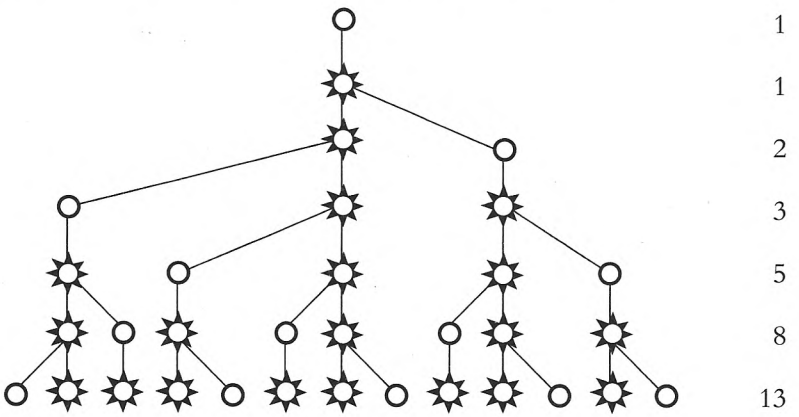
Números de Fibonacci

Son los números de la famosa serie, hoy célebre por aparecer en tantos libros y películas, que elaborara Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci (hijo de Bonaccio). Los números se representan como F_n y siguen la secuencia: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13..., donde cada término es la suma de los dos anteriores, si exceptuamos el segundo 1.

Pero detengámonos un poco en esta serie numérica, la más famosa, sin duda, de las matemáticas. Esta serie aparece por primera vez en el libro *Liber Abaci*, de Fibonacci (ca. 1175-ca. 1250) en relación al cálculo de la evolución en la cría de conejos. Fibonacci se preguntó: ¿cuántos pares de conejos se producirán en un año, comenzando con una sola pareja, si cada mes esta pareja engendra una nueva pareja que se torna fértil a partir del segundo mes? Asumiendo que los conejos se reprodujeran sin cesar, el número de conejos nacidos al final de cada mes seguiría esta peculiar secuencia:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...

Gráficamente, la evolución de la cría de los conejos sería así:



Donde el círculo estrellado representa las parejas en periodo fértil y el no estrellado en el periodo no fértil. Obsérvese cómo a la derecha, al final de cada mes, se va completando la serie de Fibonacci, bautizada así por Édouard Lucas en 1877.

Esta serie posee multitud de propiedades que la convierten en la serie numérica más estudiada, pero la principal de ellas, a nuestro juicio, es su relación con el número

de oro, o proporción áurea (Φ). Comprobémoslo hallando la proporción resultante de dividir uno de sus números por el precedente:

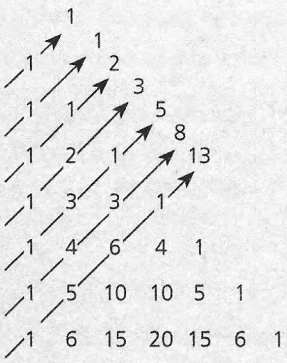
$$F_2/F_1 = 1/1 = 1.$$
$$F_3/F_2 = 2/1 = 2.$$
$$F_4/F_3 = 3/2 = 1{,}5.$$
$$F_5/F_4 = 5/3 = 1{,}6666\ldots$$
$$F_6/F_5 = 8/5 = 1{,}6.$$
$$F_7/F_6 = 13/8 = 1{,}625.$$
$$F_8/F_7 = 21/13 = 1{,}61538.$$

A medida que avanzamos nos vamos aproximando al número de oro (1,61803...). De hecho, el límite de la serie anteriormente descrita es el número de oro:

$$\lim_{n\to\infty} F_n / F_{n-1} = \Phi.$$

LA SERIE DE FIBONACCI Y EL TRIÁNGULO DE PASCAL

El triángulo de Pascal es un triángulo que, contrariamente a lo que su nombre indica, no fue descubierto por Pascal, aunque fue este pensador francés el que lo divulgó en Occidente. Se sabe que en la Antigüedad el chino Chia Hsien utilizó este triángulo para extraer raíces cuadradas y raíces cúbicas de los números. También se presume que lo conoció el matemático persa del siglo XI Omar Kheyyan, autor de los célebres *Rubaiyat*, pues afirmó que poseía un método para extraer raíces cuadradas y cúbicas. Pero mencionamos aquí este singular triángulo por su relación con la serie de Fibonacci. Si se trazan líneas transversales en el citado triángulo, tal como indica la figura siguiente, se descubre que las sumas de estas líneas oblicuas dan, en orden, los números de la serie de Fibonacci.



Números (o sucesión) de Tribonacci

Reciben coloquialmente este nombre los elementos numéricos de la sucesión construida al estilo de la de Fibonacci, pero usando sumas de 3 en 3, es decir:

$$A(1) = 1.$$
$$A(2) = 1.$$
$$A(3) = 2.$$
$$A(4) = 4.$$
$$A(5) = 7.$$

Y como fórmula de recurrencia:

$$A(n) = A(n-3) + A(n-2) + A(n-1) \text{ para } n > 3.$$

Los primeros términos son: 1, 1, 2, 4, 7, 13, 24...

Números de Mersenne

Se llama número de Mersenne, y se denomina por la letra M, a todo número calculado mediante la fórmula: $M_p = 2^p - 1$, siempre que p sea un número natural. Fueron concebidos por el matemático francés Marin Mersenne (1588-1648).

Si p es un número compuesto, $M_p = 2^p - 1$ también es compuesto.

Los números de Mersenne son muy útiles a la hora de buscar números primos enormes, pues se forman con la fórmula anterior haciendo que p sea un número primo. Pero no todos los números de Mersenne resultantes de aplicar la anterior fórmula son primos. De hecho, hasta la fecha se conocen pocos números primos de Mersenne. Como ya se ha dicho, estos números son importantes porque la fórmula que los define ha permitido descubrir los números primos más grandes conocidos. En la actualidad, los tres números primos más grandes que se conocen son números de Mersenne:

$2^{43.112.609} - 1$, que tiene 12.978.189 dígitos.
$2^{42.643.801} - 1$, que tiene 12.837.064 dígitos.
$2^{37.156.667} - 1$, que tiene 11.185.272 dígitos.

Números de Ulam

Son los números pertenecientes a la sucesión 1, 2, 3, 4, 6, 8, 11, 13, 16, 18, 26, 28, 36, 38, 47... definida por el matemático polaco Stanislaw Ulam. Partiendo de $a_1 = 1, a_2 = 2$,

LA PRUEBA DE QUE EL NÚMERO 67 DE MERSENNE ($2^{67} - 1$), QUE EL MATEMÁTICO ASEGURÓ QUE ERA PRIMO, NO LO ERA.

El suceso tuvo lugar en octubre de 1903, en una reunión de la Sociedad Matemática Americana en Nueva York. Un matemático desconocido, F.N. Cole, había presentado un trabajo bajo el título *Sobre la factorización de grandes números.* Cuando el presidente de la Sociedad llamó al ponente Cole a exponer su tema, éste subió al estrado, se colocó frente a la pizarra y, sin decir palabra alguna, procedió a escribir con tiza el proceso de elevar 2 a la potencia 67. Acabada la operación procedió, con sumo cuidado a restarle 1. Todavía sin realizar ningún comentario, se trasladó a un área limpia de la pizarra y multiplicó, a mano alzada, la siguiente cifra:

193.707.721 · 761.838.257.287.

Los dos cálculos coincidían. Por primera vez en la Sociedad, que se recuerde, los asistentes aplaudieron fervorosamente el trabajo que se les presentaba. Cole volvió a su asiento sin haber pronunciado una sola palabra. Nadie, tampoco, le pidió explicaciones.

los siguientes términos corresponden a los menores números que pueden expresarse de forma única como suma de dos términos tomados entre sus anteriores. Así,

$$3 = 1 + 2$$
$$4 = 1 + 3$$
$$6 = 4 + 2.$$

El 5 no está porque $5 = 2 + 3 = 1 + 4$, lo que significa que puede expresarse de dos formas distintas.

Números de Perrin

Son números que pertenecen a la sucesión originada mediante la relación recurrente siguiente:

$$P(n) = P(n - 2) + P(n - 3) \text{ si } n > 2.$$

Así, los primeros números son:

$$P(0) = 3, P(1) = 0, P(2) = 2, P(3) = 3\ldots \quad \Rightarrow \quad P(n) = P(n-2) + P(n-3),$$

que en forma de serie numérica sería: 3, 0, 2, 3, 2, 5, 5, 7, 10, 12, 17, 22... Se llaman así en honor del matemático francés R. Perrin, quien los dio a conocer en 1899.

Números trascendentes de Liouville

Los números trascendentes de Liouville son de la forma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 1 / 10^{n!} = 1 / 10 + 1 / 10^2 + 1 / 10^6 + 1 / 10^{24} + ...,$$

que en forma de serie tradicional sería:

$$10^{-1!} + 10^{-2!} + 10^{-3!} + 10^{-4!} + ...,$$

y escrito en forma decimal, es:

$$0,110001000000000000000001000...$$

La expansión decimal de este número contiene ceros en todos los lugares excepto en aquellas posiciones que coinciden con *n!* (factorial de *n*) a la derecha de la coma, donde *n* son los números consecutivos que comienzan con 1. El mismo Joseph Liouville, matemático francés, probó en 1844 que los números trascendentes pueden componerse por medio de este tipo de series, siendo la presente la más simple.

Precisamente el descubrimiento de estos números (trascendentes) ha permitido ver la imposibilidad de resolver varios antiguos problemas de geometría que sólo permiten utilizar regla y compás, como la cuadratura del círculo, donde la «trascendentalidad» de π desbarata cualquier solución.

Números de Fermat

Llamados así en honor del matemático francés Pierre de Fermat, los números de Fermat son números enteros positivos de la forma:

$$F_n = 2^{2^n} + 1,$$

donde *n* es un número entero no negativo. Los primeros cuatro números de Fermat son:

$$F_0 = 2^1 + 1 = 3$$
$$F_1 = 2^2 + 1 = 5$$
$$F_2 = 2^4 + 1 = 17$$
$$F_3 = 2^8 + 1 = 257$$
$$\ldots$$

Los números aumentan de magnitud de forma exponencial, pues $F_8 = 2^{256} + 1$ es un número de 78 dígitos.

Números de Friedman

El número de Friedman es un tipo de número narcisista (recordemos que es aquel que equivale a la suma de las potencias de sus cifras elevadas todas al mismo índice) que, en una base de numeración dada, puede ser generado por todas sus cifras y los operadores $+, -, \times, /$ y $\wedge$ (potencia). Se permiten paréntesis para salvaguardar la jerarquía de operaciones y la alteración del orden de las cifras. También se permite concatenar dos cifras.

Los primeros números de Friedman son: 25, 121, 125, 126, 127, 128, 153, 216, 289, 343, 347, 625, 688, 736, 1.022, 1.024, 1.206, 1.255, 1.260, 1.285, 1.296...

Veamos ejemplos de los primeros números de la serie:

$$25 = 5^2$$
$$121 = 11^2$$
$$125 = 5^{(1+2)}$$
$$126 = 21 \cdot 6...$$

NÚMEROS DE ERDÖS

Paul Erdös fue un matemático húngaro que emigró a Estados Unidos. Era un hombre muy peculiar. Sin domicilio fijo, vagaba por el país americano dando cursos y atendiendo conferencias de matemáticas. Era tal su prodigalidad en publicar artículos matemáticos que se llegó a acuñar el denominado «Número de Erdös» para categorizar a los matemáticos. Funcionaba de la siguiente manera: poseía el número de Erdös 1 el autor que había escrito un artículo junto con este matemático; poseía número de Erdös 2, el matemático que había publicado un trabajo con alguien que poseía número de Erdös 1, es decir, con alguien que había colaborado con el matemático húngaro. Y así iba aumentando la cadena. Para Erdös, obviamente, se reservaba el número 0.

Dentro de esta denominación, se dice que un número de Friedman es «agradable» si las cifras mantienen su orden en los cálculos. Los primeros números que poseen esta propiedad añadida son: 127, 343, 736, 1.285, 2.187, 2.502, 2.592, 2.737, 3.125, 3.685, 3.864, 3.972, 4.096, 6.455, 11.264, 11.664, 12.850, 13.825, 14.641, 15.552, 15.585, 15.612, 15.613... Si un número de Friedman está formado por todas las cifras del 1 al 9, recibe el nombre de pandigital. Son números de Friedman pandigitales:

$$123.456.789 = ((86 + 2 \cdot 7)^5 - 91) / 3^4 \text{ y}$$
$$987.654.321 = (8 \cdot (97 + 6/2)^5 + 1) / 3^4.$$

Si admitimos el uso de factoriales y raíces, los números de Friedman se amplían en casos tan curiosos como:

$$1.296 = \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{9}}\sqrt{6}}.$$

$$1.944 = \sqrt{\sqrt{\left(1\sqrt{9}!\right)^{4!}}} \Big/ 4!.$$

$$2.742 = \sqrt{\sqrt{\left(\sqrt{2}\cdot 7\right)^{4!}}} - 2.$$

$$2.746 = 2 + \sqrt{\left(7\sqrt{4}\right)^{6}}.$$

Número de Champernowne

Se conoce como número de Champernowne (también conocido como constante C_{10}, queriendo indicar que es en base 10) al 0,123456789 10 11 12... Se llama así en honor de su descubridor, D.G. Champernowne (1912-2000). Los dígitos son todos los números naturales en sucesión ordenada (a partir del 9 se ha dejado un espacio para que se aprecie mejor la sucesión). Es un número en el cual se dan, con la misma probabilidad, todos los bloques numéricos posibles de igual extensión. Esta constante es un número trascendente (su fracción continua no acaba nunca), como demostró Kurt Mahler.

El anterior número está en base 10, pero se pueden encontrar constantes de Champernowne en cualquier otra base de numeración. Por ejemplo, veamos cómo sería en base 2:

$$C_2 = 0{,}1\ 10\ 11\ 100\ 101\ 110\ 111.$$

La constante, para una base dada, se puede expresar como una suma infinita del tipo:

$$C_b = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sum_{k=b^{n-1}}^{b^n-1} k b^{-n(k-(b^{n-1}-1))}}{b \sum_{k=0}^{n-1} k(b-1)b^{k-1}}.$$

Números de Pell

Los números de Pell, en honor a John Pell (1611-1685), ya se conocían antes pero fue este matemático británico el primero en darles nombre. Son números que pertenecen a una serie curiosa, a saber, la que forman los denominadores de las mayores aproximaciones a la raíz cuadrada de 2 mediante fracciones continuas. La secuencia de estas aproximaciones comienza: 1/1, 3/2, 7/5, 17/12, 41/29..., de ahí que la secuencia de los números de Pell comience: 1, 2, 5, 12 y 29...

Los numeradores de estas fracciones continuas son la mitad de los denominados números de compañía de Pell, o números de Pell-Lucas (por Édouard Lucas), que siguen la serie 2, 6, 14, 34, 82.., justo el doble de los numeradores de las fracciones mencionadas.

Ambas series pueden ser calculadas por medio de una relación recurrente similar a los números de Fibonacci. Las dos secuencias crecen exponencialmente y en proporción al «ratio de plata» $1 + \sqrt{2}$. Además de buscar aproximaciones a la raíz cuadrada de 2 ($\sqrt{2}$), la serie de los números de Pell pueden usarse para la búsqueda de números triangulares, y también para resolver ciertos problemas de enumeración combinatoria.

Números de Markov

Se denomina número de Markov al número positivo x, y o z que es parte de la solución de la ecuación diofántica de Markov:

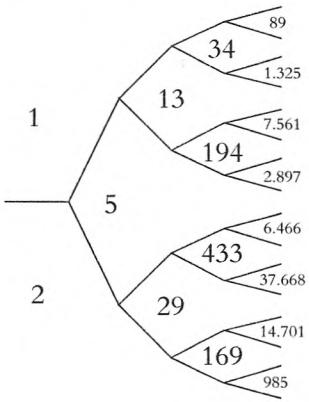
$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz.$$

Los primeros números de Markov son: 1, 2, 5, 13, 29, 34, 89, 169, 194... Estos números componen las coordenadas de las denominada «tripletas» de Markov:

(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 5), (1, 5, 13), (2, 5, 29), (1, 13, 34), (1, 34, 89), (2, 29, 169), (5, 13, 194), (1, 89, 233), (5, 29, 433), (89, 233, 610), etc.,

Retrato del matemático ruso Andrei Markov (1856-1922), quien realizó brillantes aportaciones en los ámbitos de la teoría de números y las probabilidades.

que pueden representarse en la siguiente forma vistosa, en la que cada bifurcación se corresponde con una tripleta de Markov:



Existen infinidad de números de Markov y tripletas de Markov.

Números de Poulet

Un número de Poulet (o fermatiano) es aquel número n que cumpla la congruencia:

$$2^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}.$$

Son números de Poulet todos los números primos impares, los números de Fermat, los números de Mersenne y los números de Carmichael.

Éstos son los primeros números de Poulet: 341, 561, 645, 1.105, 1.387... (el segundo y el cuarto son también números de Carmichael).

NÚMEROS HIPERPRIMOS DE QUENEAU

El escritor francés Raymond Queneau bautizó un tipo de número primo como hiperprimo. Un hiperprimo derecho es un número primo tal que si se le borra uno o más dígitos comenzando por la derecha (o bien por la izquierda, en cuyo caso estaríamos ante la presencia de un hiperprimo izquierdo) la parte restante sigue siendo un número primo. Éste es, según Queneau, el mayor número hiperprimo derecho: 1.979.339.339; el mayor hiperprimo izquierdo conocido es 12.953. No se sabe si los hiperprimos izquierdos necesariamente poseen un número finito de numerales. Por último, existen números hiperprimos que son a la vez izquierdos y derechos, como por ejemplo 3.137.

Números super-Poulet

Un número super-Poulet es un número de Poulet tal que cada uno de sus divisores (d) divide por separado a:

$$2^d - 2.$$

Por ejemplo, 341 es un número super-Poulet cuyos divisores positivos (1, 11, 31, 341) cumplen la citada condición, a saber:

$(2^{11} - 2) / 11 = 2.046 / 11 = 186,$
$(2^{31} - 2) / 31 = 2.147.483.646 / 31 = 69.273.666,$
$(2^{341} - 2) / 341 = 13.136.332.798.696.798.888.899.954.724.741.608.669.335.164.$
$206.654.835.981.818.117.894.215.788.100.763.407.304.286.671.514.789.484.550.$

Los números super-Poulet por debajo de 10.000 son: 341 (11 · 31), 1.387 (19 · 73), 2.047 (23 · 89), 2.701 (37 · 73), 3.277 (29 · 113), 4.033 (37 · 109), 4.369 (17 · 257), 4.681 (31 · 151), 5.461 (43 · 127), 7.957 (73 · 109) y 8.321 (53 · 157). Los números entre paréntesis son sus factores.

Números de Carmichael

Se denominan números de Carmichael aquellos números compuestos n que satisfacen la congruencia:

$$a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$$

para todo entero a primo relativo con n.

Los números de Carmichael reciben su nombre por el matemático Robert Daniel Carmichael, el primero que los estudió. Estos números son pseudoprimos en cualquier base. Los primeros números de Carmichael son: 561, 1.105, 1.729, 2.465, 2.821, 6.601, 8.911, 10.585... Analicemos el primero de ellos:

$$n = 561 = 3 \cdot 11 \cdot 17,$$

por lo que no es primo. Sin embargo, $a^{560} - 1$ es divisible por 561 para cualquier a coprimo con 561.

Números de Leyland

En teoría de números, un número de Leyland (así denominado en honor de su descubridor, el matemático inglés Paul Leyland) es un número de la forma $x^y + y^x$, donde x e y son números mayores que 1. Los primeros números de Leyland son: 8, 17, 32, 54, 57, 100, 145, 177, 320, 368, 512... Veamos cómo se calculan los dos primeros:

Para x e $y = 2 \Rightarrow 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8.$
Para x e $y = 2$ y $3 \Rightarrow 2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17.$

Y así sucesivamente... Es importante el requisito de que tanto x como y sean mayores que 1, de otra forma todos los números serían números de Leyland en la forma $x^1 + 1^x$.

Los primeros números de Leyland que son primos son: 17, 593, 32.993, 2.097.593..., que corresponden a las formas: $3^2 + 2^3, 9^2 + 2^9, 15^2 + 2^{15}, 21^2 + 2^{21}$... El número primo más alto dentro de los números de Leyland es el $2.638^{4.405} + + 4.405^{2.638}$, que tiene 15.071 dígitos.

Números de Cullen

Son aquellos de la forma: $n \cdot 2^n + 1$. Este tipo de números, descubiertos por el matemático irlandés James Cullen, son primos para los valores de n: 1, 141, 4.713, 5.795, 6.611 y 18.496. Y compuestos para todos los demás valores hasta $n < 30.000$.

El número primo más pequeño de Cullen es $141 \cdot 2^{141} + 1$. Los siguientes se generan siguiendo este modelo: los valores especificados anteriormente $n \cdot 2^n + 1$

para valores adecuados de n. Existe la hipótesis (conjetura) de que los números primos de Cullen son infinitos, pero no se ha demostrado.

Números de Woodall

Un número de Woodall es un número natural de la forma $(n \cdot 2^n - 1)$. Los números de Woodall más pequeños son: 1, 7, 23, 63, 159, 383, 895... Reciben su nombre por H. J. Woodall, el matemático inglés que los definió.

Números de Bell

Los números de Bell, llamados así en honor del matemático escocés Eric Temple Bell, son los términos de la sucesión 1, 2, 5, 15, 52, 203, 877, 4.140, 21.147, 115.975, 678.570, 4.213.597...

Representan las formas de colocar n bolas etiquetadas en n cajas indistinguibles. Por ejemplo, los símbolos a, b y c se pueden situar en tres cajas (eventualmente vacías) de cinco formas: (abc), $(a)(bc)$, $(b)(ac)$, $(c)(ab)$ y $(a)(b)(c)$.

También representan las formas de expresar como producto de factores un número compuesto que equivale al producto de n factores primos distintos. Es el caso del número $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ y que se puede descomponer en producto de cinco formas distintas: $30 = 6 \cdot 5 = 3 \cdot 10 = 30 \cdot 1 = 15 \cdot 2 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Número de Copeland-Erdös

Este número se debe a la cooperación de dos matemáticos: Arthur Herbert Copeland y Paul Erdös. Es el siguiente:

$$0{,}235711131719232931\ldots,$$

donde a partir de la coma aparecen todos los números primos en orden sucesivo.

Esta constante es irracional (número que no puede ser expresado como una fracción m/n, donde m y n son enteros). De ello se deduce, aplicando el teorema de Dirichlet sobre números primos en progresiones aritméticas, que para cada m existen números primos de la forma:

$$k10^{m+1} + 1.$$

Lo que a su vez indica que hay números primos cuya expresión decimal contiene al menos m ceros seguidos de un 1, que a su vez implica que esta constante de Copeland-Erdös posee secuencias arbitrariamente largas de ceros seguidos de un 1, lo que conlleva que ni es periódica ni puede terminar nunca. Ergo, como ya se ha mencionado, es irracional. Esta constante viene dada por la fórmula:

$$\sum_{n=1}^{\infty} p(n)10^{-\left(n+\sum_{k=1}^{n}\left[\log_{10} p(k)\right]\right)}$$

donde $p(n)$ es el n-ésimo número primo.

Número primo de Chen

Un número primo dado p es un número de Chen si $p + 2$ es primo o producto de dos primos. El número par $2p + 2$ satisface el teorema de Chen. Este matemático, Chen Jingrun, probó en 1966 que hay un número infinito de este tipo de números primos.

Los primeros números primos de Chen son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, 53, 59, 67, 71, 83...

Y los primeros primos que no son primos Chen son: 43, 61, 73, 79, 97, 103, 151, 163...

Curiosamente, existe un cuadrado mágico con números primos de Chen, debido a Rudolf Ondrejka:

17	89	71
113	59	5
47	29	101

Se trata de un cuadrado mágico de 3 × 3 y de constante mágica 177.

El número más grade conocido hasta la fecha de los primos de Chen es el $65.516.468.355 \cdot 2^{333.333} - 1$, que tiene 100.355 dígitos.

Números de Smith

Son números enteros en los cuales la suma de sus dígitos es igual a la suma de los dígitos de sus factores primos, sin usar exponentes, es decir, repitiendo los números todas las

veces necesarias. Por ejemplo, el 666 es un número de Smith (fíjense en que se suman todos los dígitos por separado; en el caso del factor primo 37, se suman 3 + 7):

$$666 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37,$$
$$6 + 6 + 6 = 2 + 3 + 3 + 3 + 7.$$

Los primeros números de Smith son: 4, 22, 27, 58, 85, 94, 121, 166, 202, 265, 274, 319, 346, 355, 378, 382, 391, 438, 454, 483, 517, 526, 535, 562, 576, 588, 627, 634, 636, 645, 648, 654, 663, 666, 690, 706, 728, 729, 762, 778, 825, 852, 861, 895, 913, 915, 922, 958, 985, 1.086... Curiosamente su descubridor no fue un matemático que se llamase Smith, sino Albert Wilanski, de la universidad de Lehigh, que se dio cuenta de que el número de teléfono de su cuñado Harold Smith tenía la peculiar propiedad ya descrita. Eso fue en 1982.

Números de Lucas

Denominados así en honor del matemático francés que los descubrió, Édouard Lucas, son los números de la secuencia: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322..., la cual está muy relacionada con la serie de Fibonacci. Cada término es la suma de los dos números anteriores y el ratio de sus términos sucesivos tiende al número de oro como límite.

La fórmula para hallar el enésimo término de la serie es muy similar a la que se utiliza en la serie de Fibonacci, ya que el número de Lucas es 2 si $n = 0$ y 1 si $n = 1$.Y a partir de aquí sigue la regla: $L(n - 1) + L(n + 1)$ para $n > 1$.

Su ligazón con los números de Fibonacci viene dada por la fórmula:

$$L_n = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

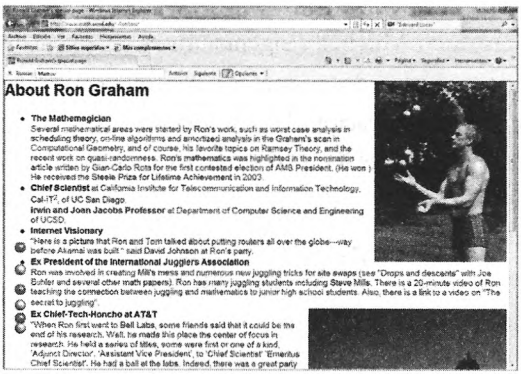
Édouard Lucas (1842-1891) analizó en profundidad la serie de Fibonacci y creó su propia secuencia numérica.

Número de Graham

El número de Graham, llamado así en honor del matemático Ronald L. Graham, es de la forma $3 \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3$, donde $3 \uparrow 3$ significa 3 elevado al cubo, y es $G = f^{64}(4)$, donde $f(n) = 3^n \uparrow 3$. Es decir, tiene 64 capas de factores del tipo $3 \uparrow\uparrow \ldots \uparrow\uparrow 3$. Este tipo de números no pueden ser expresados de forma convencional utilizando potencias y potencias sobre potencias, pues aunque toda la materia del universo se transformase en tinta no alcanzaría para poder escribirlo. Es por este motivo que se utiliza esta forma de notación especial ideada por Donald Knuth.

En esta notación especial $3 \uparrow 3$ significa, como ya se ha adelantado, 3 al cubo, tal y como aparece expresado en los listados de ordenador. $3 \uparrow\uparrow 3$ significa $3 \uparrow (3 \uparrow 3)$, o $3 \uparrow 27$, que es ya un número enorme: $3 \uparrow 27 = 7.625.597.484.987$, pero que puede expresarse fácilmente como una torre de tres números: $3^{3\uparrow 3}$. Sin embargo, $3 \uparrow\uparrow\uparrow 3 = 3 \uparrow\uparrow (3 \uparrow\uparrow 3)$ ya es $3 \uparrow\uparrow 7.625.597.484.987 = 3 \uparrow 3 \uparrow 3 \uparrow 3 \uparrow \ldots$ $\ldots$ 7.625.597.484.987 veces. Incluso utilizando el nuevo sistema de notación $3 \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3 = 3 \uparrow\uparrow\uparrow (3 \uparrow\uparrow\uparrow 3)$, la torre de exponentes es inimaginablemente extensa.

Durante años ha sido el número más grande jamás usado en una prueba matemática, y así figura en el *Libro de los récords Guinness* (hoy en día, sin embargo, han sido empleados números aún mayores en otras demostraciones matemáticas, por ejemplo, por parte del matemático estadounidense Harvey Friedman en relación con ciertas aproximaciones al teorema de Kruskal). El número de Graham es mucho más grande que un googol y que un googolplex (números explicados más adelante); de hecho, es tan enorme que no se puede representar, pero se sabe que sus últimos dígitos son: ...2464195387.



La página del Departamento de Matemáticas de la Universidad de California dedicada a Ron Graham, el creador de un número de proporciones difícilmente imaginables.

La constante de Euler-Mascheroni

Este número, más conocido como «constante de Euler», se denota con la letra griega gamma minúscula: γ, y es una constante numérica que aparece principalmente en teoría de números. Se define como el límite de la diferencia entre la serie armónica y el logaritmo natural; en expresión matemática:

$$\gamma = \lim_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k} - \log(n)\right] = \int_1^{\infty}\left(\frac{1}{\lceil x\rceil} - \frac{1}{x}\right)dx.$$

Su valor aproximado es:

$$\gamma = 0{,}57721\ 56649\ 01532\ 86060\ 65120\ 90082\ 40243\ 1\ldots$$

Euler calculó hasta el decimal 16 y le dio el nombre de *gamma*. No se sabe todavía si es un número irracional, y menos si es trascendente, pero sí se sabe que si se tratase de un número racional del tipo a/b, entonces b sería mayor que $10^{10.000}$.

Como todo número que se precie, también ha tenido sus buscadores de decimales. Alexander J. Yee llegó a calcular 116 millones de dígitos de esta constante con un portátil. El ordenador de Yee era un Intel Core Duo a 1,6 GHz con Windows XP; bastante normal, por lo tanto. Necesitó 38 horas para realizar el cálculo y luego se emplearon otras 48 horas en verificarlo.

Números de Feigenbaum

Hallados por el matemático Mitchell Feigenbaum en 1975, se denominan números (o constantes) de Feigenbaum a dos números reales que expresan cocientes que aparecen en los diagramas de bifurcación de la teoría del caos. La primera constante de Feigenbaum está definida como el límite de los cocientes entre dos intervalos sucesivos de la bifurcación:

$$\delta = \lim_{n\to\infty}\frac{\mu_{n+1} - \mu_n}{\mu_{n+2} - \mu_{n+1}}.$$

Y su valor aproximado es:

$$\delta \approx 4{,}669201609102990671853203821\ldots$$

La segunda constante de Feigenbaum se define como el límite de la relación entre dos distancias sucesivas entre las ramas más cercanas de x_m (el máximo de la función f):

$$\alpha = \lim_{n\to\infty} \frac{d_n}{d_{n+1}}.$$

Y vale aproximadamente:

$$\alpha \approx 2{,}502907875095892822283902873218\ldots$$

Estas constantes son de especial aplicación en los sistemas dinámicos. Ambos números, que pertenecen a los números reales, se cree que son trascendentes (un tipo de número irracional que no es raíz de ningún polinomio con coeficientes enteros), aunque no se ha probado.

Números de Harshad

Se denomina número Harshad al número entero divisible entre las suma de sus dígitos en una base dada. Estos números fueron definidos por el matemático indio D.R. Kaprekar. La palabra *harshad* proviene del sánscrito y significa «gran alegría». También se conocen como números de Niven ya que fue el matemático norteamericano Ivan Morton Niven quien los presentó en un artículo en 1997.

Todos los números enteros entre 0 y una base dada son números de Harshad. En base 10, serían los números del 1 al 9. Con más de dos dígitos, serían números de Harshad: 10, 12, 18, 20, 24, 27, 30, 36, 40, 42, 45, 48...

El número de Kaprekar 6.174 es también un número de Harshad, porque es divisible por la suma de sus dígitos:

$$6.174 \,/\, (6+1+7+4) \Rightarrow 6.174 \,/\, 18 = 343.$$

NÚMERO DE UHLER

Se denomina número de Uhler al número de 1.001 dígitos 450! (factorial de 450). Fue calculado en la década de 1950 por el matemático Horace Uhler. Como se ha visto en el capítulo dedicado a los números notables, también se le conoce por el «factorial de las mil y una noches».

Pares de Ruth-Aaron

Se llaman pares de Ruth-Aaron a un par de números consecutivos (el 714 y el 715) que poseen curiosas propiedades. Su descubridor, Carl Pomerance, en lugar de ponerles su nombre, como era lo habitual, los denominó pares de Ruth-Aaron en honor de dos jugadores de béisbol que consiguieron plusmarcas de *home-runs* (carreras) en la liga de béisbol que coincidían con estos números: 714 y 715.

Esta pareja de números posee características aritméticas tan notables que le otorgan un gran potencial esotérico y simbólico. Éstas son sus singulares propiedades:

1. Su producto es a la vez el producto de los siete primeros números primos: $714 \cdot 715 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$.
2. La suma de los factores primos de 714 es igual a la suma de los factores primos de 715: $714 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 17; 715 = 5 \cdot 11 \cdot 13$, y, por consiguiente, $2 + 3 + + 7 + 17 = 5 + 11 + 13$.

Número o constante de Apéry

La constante de Apéry se define como el número $\varsigma(3)$, y es igual a:

$$\varsigma(3) = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \ldots$$

donde ς es la función zeta de Riemann. Tiene un valor de:

$$\varsigma(3) = 1.20205\ 69031\ 59594\ 28539\ 97381\ 61511\ 44999\ 07649\ 86292\ldots$$

La constante se debe al matemático griego-francés Roger Ápery, quien en 1977 demostró que este número es irracional.

Número de O'Really

El escritor neoirlandés Lambert O'Really inventó para una de sus novelas un número singular:

$$122333444455555666666777777788888888999999999.$$

Como puede apreciarse, el número es finito y contiene, en orden, todos los números naturales del 0 al 9, pero cada uno repetido tantas veces como representa su propiedad cardinal: una vez el 1, dos veces el 2, tres el 3, y así hasta los nueve nueves. O'Really podía haber ido más allá y haber creado un número inagotable, poniendo a continuación del último nueve, diez dieces, luego once onces, doce doces y así *ad infinitum*.

Un número con sabor criptográfico

El siguiente número: 114.381.625.757.888.867.669.235.779.976.146.612.010.218.296.721.242.362.562.561.842.935.706.935.245.733.897.830.597.123.563.958.705.058.989.075.147.599.290.026.879.543.541 fue usado por Shamir, Rivest y Adelman como clave para un sistema de criptografía. Se le denominó R 129, por el número de sus dígitos. Los autores retaron al mundo a que encontraran los dos números primos en que se descomponía R 129, los cuales darían la clave del mensaje encriptado. Estaban convencidos de la absoluta seguridad del mensaje, persuadidos de que éste nunca sería descifrado. Sin embargo, en 1993 un equipo compuesto por más de 600 académicos y aficionados de todo el mundo comenzó a atacar de forma metódica al citado número, usando Internet para coordinar el uso de varios ordenadores. En menos de un año consiguieron factorizar el número en dos primos, uno de 65 dígitos y otro de 64. El mensaje descifrado decía: *The magic words are squemish and ossifrage* («Las palabras mágicas son delicadas y quebrantahuesos»). Posteriormente, en 1996, otro número de este tipo, conocido como R 130 porque tenía 130 dígitos, fue factorizado por un equipo holandés en dos factores primos, ambos de 65 dígitos.

NÚMERO DE GARCÍA

Puesto que tantos matemáticos tienen su número, he creado, aunque sin exceso de originalidad, el mío propio:

0,2483225681922097152...

Este número contiene, empezado con el primer número primo después de la coma y a continuación el siguiente número par, una serie infinita donde los siguientes números se forman multiplicando los dos números anteriores. Queda más claro si lo vemos con paréntesis:

0,24(8)(32)(256)(8192)(2097152)...

En cada paréntesis figura el resultado de multiplicar los dos números anteriores.

Números como de otro mundo

Denomino así, con este esperpéntico nombre genérico, una serie de números que están un poco más allá de la imaginación. Son los cuaterniones, los octoniones y los sedeniones.

Se da el nombre de cuaterniones a una extensión de los números reales, similar a la de los números complejos, con los que comparten propiedades. Pero mientras que los números complejos son una extensión de los reales por la adición de la unidad imaginaria i, tal que $i^2 = -1$, los cuaterniones son una extensión generada de manera análoga añadiendo las unidades imaginarias: i, j y k a los números reales, tal que:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1.$$

Esto se puede resumir en esta tabla de multiplicación, denominada tabla de Cayley.

	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	−1	k	$-j$
j	j	$-k$	−1	i
k	k	j	$-i$	−1

De este modo, 1, i, j y k son entonces las «bases» de los componentes de un cuaternión. Los cuaterniones fueron establecidos por William Hamilton en 1843 cuando buscaba formas de extender los números complejos a un número mayor de dimensiones. Falló al intentar crearlos para tres dimensiones pero lo logró para cuatro dimensiones y los llamó cuaterniones. La solución a su larga búsqueda le sobrevino un día que estaba paseando con su esposa. El propio matemático describe su inspiración de esta manera: «Vinieron a la vida, o vieron la luz [los cuaterniones], completamente maduros, el 16 de octubre de 1843, cuando paseaba con la señora Hamilton hacia Dublín, justo al llegar al puente de Brougham. Allí, y en aquel preciso instante, sentí que el circuito galvánico del pensamiento se cerraba y las chispas que saltaron de él fueron las ecuaciones fundamentales que ligan i, j, k [los nuevos números que hacen el papel de i dentro de los números complejos], exactamente igual a como los he usado siempre desde entonces... Sentí que en aquel momento se había resuelto un problema, que se había satisfecho una necesidad intelectual que me había perseguido durante más de quince años».

EL GOOGOL

Hay números tan grandes que se necesitarían multitud de dígitos para escribirlos. De ahí que se hayan inventado ciertas denominaciones que ayudan a expresarlos. Entre ellas está el googol, que es el 1 seguido por 100 ceros o 10^{100}. Los googols se utilizan para describir cantidades enormes, tales como los granos de arena de un desierto o la distancia de la Tierra respecto a lejanos planetas o galaxias remotas. El nombre fue acuñado por primera vez por el matemático Edward Kasner, quien confesó que tomó prestado el término de un sobrino de 9 años. Este niño también fue quien bautizó un número aún mayor, el googolplex, que definió como el 1 seguido de tantos ceros como pueda uno escribir hasta que se le canse la mano. Su tío, más preciso, lo definió como 10 elevado a un googol: 10^{googol} o $10^{10^{100}}$.

Los octoniones, por su parte, se pueden definir como la extensión no asociativa de los cuaterniones. Fueron descubiertos por John T. Graves en 1843, y a la vez, y de forma independiente, por Arthur Cayley, que publicó su hallazgo en 1845; por ello son llamados con frecuencia números de Cayley.

Los octoniones componen un álgebra 8-dimensional sobre los números reales. Cada octonión forma una combinación lineal de la base 1, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7. La forma de multiplicar octoniones está dada en la tabla siguiente:

·	1	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
1	1	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
e_1	e_1	−1	e_4	e_7	$-e_2$	e_6	$-e_5$	$-e_3$
e_2	e_2	$-e_4$	−1	e_5	e_1	$-e_3$	e_7	$-e_6$
e_3	e_3	$-e_7$	$-e_5$	−1	e_6	e_2	$-e_4$	e_1
e_4	e_4	e_2	$-e_1$	$-e_6$	−1	e_7	e_3	$-e_5$
e_5	e_5	$-e_6$	e_3	$-e_2$	$-e_7$	−1	e_1	e_4
e_6	e_6	e_5	$-e_7$	e_4	$-e_3$	$-e_1$	−1	e_2
e_7	e_7	e_3	e_6	$-e_1$	e_5	$-e_4$	$-e_2$	−1

Finalmente, los sedeniones son los equivalentes de los anteriores números pero para un álgebra de 16 dimensiones. La matriz de multiplicaciones es suficientemente compleja como para excusarla. ¿Son o no números como de otro mundo?

Capítulo 4

Números notables en ámbitos culturales no occidentales

Hay vida numérica fuera de Occidente. Incluso se podría argüir que fue en ámbitos externos al área occidental donde se inició este fascinante universo. Por mor de la brevedad de este libro, se ha limitado el examen de estos números en ámbitos no occidentales a la India y China.

Números notables en la India

El 0

El 0 es un vacío. Es la ausencia de número y su origen, como ya se ha mencionado anteriormente, es indio. En sánscrito, 0 se dice *sunya*, que significa vacío o en blanco, y fue utilizado ya en el siglo II antes de nuestra era. A Occidente llegó con mucho retraso y de manos de los árabes, que lo tradujeron como *sifr*, de donde derivan los vocablos cifra y cero. En la India, la utilización del 0 estaba tan difundida en las costumbres que éste aparece incluso en poemas y textos sagrados. Por ejemplo, el poeta Biharilal, en su famosa recopilación de poemas *Satsai*, alaba con estas palabras a una bella mujer: «El punto [que lleva pintado] sobre la frente decuplica su belleza exactamente como cuando un 0 decuplica un número». Se trata de una clarísima

NÚMEROS NEGATIVOS EN LA INDIA

Los indios no concebían las matemáticas como geometría. Los matemáticos indios fueron los primeros en reconocer las raíces negativas y las dos raíces cuadradas de un número positivo. Además, multiplicaban números positivos y negativos, no obstante parecerles también sospechosos. Así, el matemático Bhaskara, comentando sobre la raíz negativa de una ecuación de segundo grado, dijo: «el segundo valor no debe tomarse en este caso, pues es inadecuado; la gente no aprueba las raíces negativas».

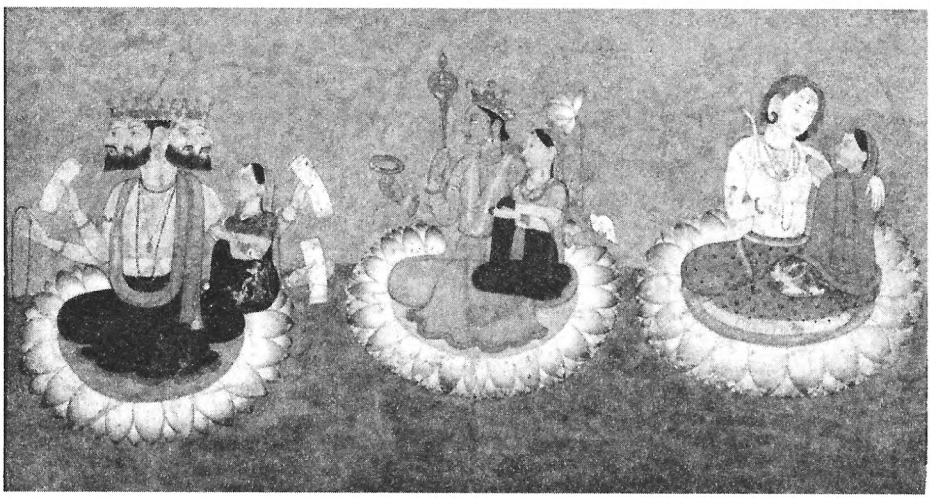
alusión a la propiedad del 0 como operador aritmético en la numeración decimal posicional, puesto que si se añade un 0 a la derecha de la representación de un cierto número se multiplica su valor por 10.

La concepción del 0 es un logro de enorme importancia cultural. No es fácil llegar a él. Por ejemplo, los sabios babilónicos nunca concibieron este signo con el sentido de «número 0». Como se ha visto en el capítulo dedicado a los números notables de la Antigüedad, el doble clavo o la doble espiga tuvieron la significación de «vacío», pero no parece que fuera pensado en el sentido de «nada».

El 3

Al igual que sucede en el ámbito occidental, en la India el 3 es un número muy místico. Probablemente occidente heredó de los indios este cariz divino de la trinidad. En la India el 3 es *Trimurti* (en sánscrito «trinidad»), que está formado por el creador del universo, Brahma; su conservador, Vishnú y su destructor, Shiva. Según la filosofía *Samkya*, los tres no son más que aspectos de un único ser. El símbolo lingüístico de la trinidad divina es la sílaba mística OM (en realidad, AUM, cuya interpretación es A = Brahma, U = Vishnú y M = Shiva).

En la ordenación budista al novicio se le ofrecen *tres* vestiduras, que se le llevan sobre angarillas; el novicio, o bonzo, las acepta tocándolas con un bastón, no con la mano.



Brahma, Vishnú y Shiva, *pintura realizada a mediados del siglo XVIII. Como en Occidente, el 3 y las agrupaciones en ternas tienen una gran importancia en el pensamiento indio.*

El 4

Según la doctrina del *dharma* hindú, existen cuatro estados de la existencia humana: *brahmacharya, grihasta, vanaprastha y samnyasa*, y se exige que tres sean vividos en castidad. También la teosofía hindú enseña que Brahma distribuyó a los hombres en cuatro clases, estados o jerarquías: la primera es la de Brahmán, que por conocer las verdades eternas ejerce la función de conducir a todos los hombres ya sea en la vía terrestre o en la celeste; la segunda es la de Chatriya, cuya vocación es la del gobierno terrestre y el orden militar; la tercera es la de Vaisya, que tiene la función de procurar y distribuir los bienes materiales; y la cuarta es la de Sudra, que nació de los pies de Brahma. Cuando todas las clases guardan fidelidad a su vocación y se mantienen en su jerarquía, el orden humano reina, y la justicia tiene la forma de un toro bien asentado sobre sus cuatro patas.

El 4 es número importante para el budismo. Siddharta Gautama, un príncipe de una tribu del sur del Nepal, se convirtió en Buda al alcanzar la iluminación (*satori*), que le llegó al comprender las Cuatro Grandes Verdades: la realidad del mundo y de la vida es dolor; el origen del dolor es el deseo; la liberación del dolor es alcanzar el *nirvana*, o extinción del deseo, y el camino para lograrlo es el *dharma*, lo justo, la ley budista.

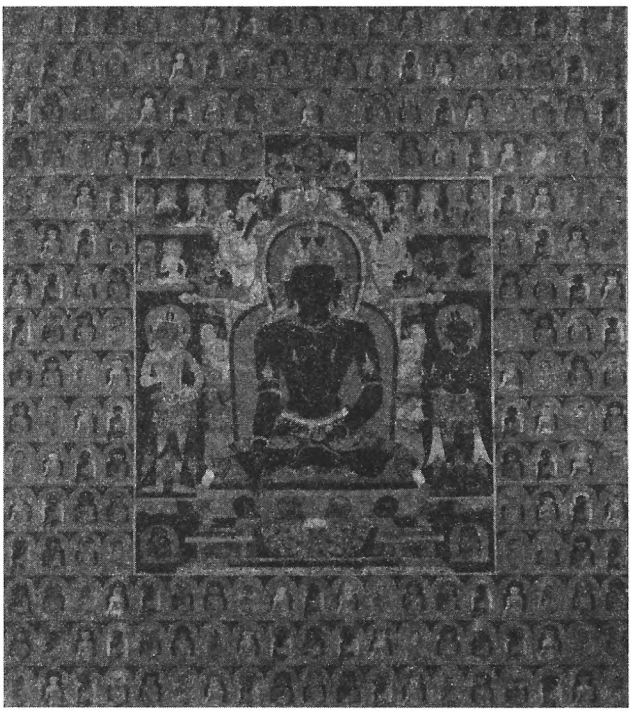
También, y según una leyenda, cuatro fueron las revelaciones que condujeron a Gautama a dar su paso decisivo. En uno de sus largos paseos solitarios encontró a un anciano; en otro, a un enfermo; en un tercero, a un muerto y en un cuarto, a un asceta. El aspecto del cuerpo decrépito y vacilante, el del doliente cubierto de llagas y el del cadáver en descomposición, así como sus conversaciones con el asceta, obraron sobre él como la luz, revelándole el fin inevitable de toda existencia y la profunda vanidad de las pasiones humanas.

El 5

En los *Upanisads* se dice que en el corazón hay cinco aperturas de los dioses. La apertura del este es *prana*; es el ojo, es el Sol, y debe meditarse sobre él como calor y como alimento: quien conoce esto, es brillante y robusto. La apertura del sur es *vyana*; es el oído, es la Luna, y debe meditarse sobre ella como prosperidad y fama: quien conoce esto, es próspero y famoso. La apertura del oeste es *apana*; es la palabra, es el fuego, y debe meditarse sobre él como esplendor del conocimiento del Brahmán: quien conoce esto, alcanzará ese esplendor. La apertura del norte es *samana*; es la

mente, es la lluvia, y debe meditarse sobre él como fama y belleza: quien conoce esto es famoso y bello. La apertura superior es *udana*; es el viento, es el espacio, y debe meditarse sobre él como fuerza y grandeza: quien conoce esto es fuerte y grande. Éstas son las cinco personas del Brahmán, los guardianes del mundo celeste. En la familia de quien conoce las cinco personas del *brahman* nace un héroe.

Para los budistas existe un grupo de cinco dioses que responde al nombre de *Pañcharaksha* («quíntuple protección»), que tiene su origen en la personificación de cinco conjuros mágicos *(raksha)*, que se cree que fueron pronunciados ya por el propio Buda. Y es que en el budismo el número 5 está presente en numerosos preceptos. Por ejemplo, el deseo sensorial lo pulsan cinco cuerdas: las formas materiales apreciables por los ojos, que son gratas, deseables, agradables y atrayentes, que excitan el deseo sensual y tientan; y las que se perciben por los oídos, por el olfato, por el gusto y por el tacto. El placer y el gozo que pulsan esas cinco cuerdas del deseo sensorial es lo que se denomina placer sensual.



El número 5 está presente en numerosos aspectos del budismo. En la ilustración, una representación tibetana de Buda, que data de finales del siglo XIII, en la que Siddharta Gautama está acompañado de múltiples imágenes que representan las cinco Dhyani o cinco cualidades.

El 6

Los *jaina* de la India aceptan la clasificación brahmánica sobre las seis edades del mundo. Nosotros estaríamos viviendo en la quinta edad, que habría dado comienzo el año 523 a.C. y estaría caracterizada por el dolor. A esta edad le sucederá una sexta y última «edad» de 21.000 años, al final de la cual la raza humana sufriría unas mutaciones terribles pero sin que ello acarree la desaparición del universo, pues para los *jaina* el universo es indestructible e infinito.

Seis eran también los maestros eminentes cuando Buda abandonó la casa paterna. Kasyapa sostenía que los actos no obtienen retribución; Maskarin Gosallputra mantenía que el curso de la existencia es fijo y que ningún esfuerzo tiene sentido; Ajita Kesa Kambalin afirmaba que el ser humano se compone de cuatro elementos que, tras la muerte, se dividen; Kakuda Katyayana defendía que el ser humano se compone de siete elementos permanentes y que, cuando alguien es asesinado, no hay ni asesino ni víctima ni asesinato; Sarpjayin Vairatlputra sostenía que no existe respuesta definitiva a ninguna cuestión metafísica; y, finalmente, Jina Mahavira afirmaba que se deben cumplir penitencias severas en cada vida para pagar las culpas de las vidas anteriores.

El 8

En la tradición budista son ocho las suertes, cuya protección corre a cargo de la diosa Ashtamangaladevi («diosa de las ocho suertes»). Su imagen aparece rodeada por las ocho imágenes budistas de la suerte, que son: la rueda de la doctrina *(dharma-cakra)*, la concha *(shanka)* como símbolo de la bendición en general, el cántaro de agua *(kalasha)* con la bebida de la inmortalidad, la pareja de peces *(matsyayugma)* como símbolo de la fecundidad, la sombrilla blanca *(sitapatra)* como símbolo de un elevado rango, el loto *(padma)* que representa la pureza de los deseos, el nudo sin fin *(granthi)* como símbolo de la riqueza sin límites y el estandarte-sombrilla (*dvaya*) como señal del triunfo de la doctrina de Buda.

OCHO SERPIENTES Y OCHO CALAVERAS

Los *Krodadevatas*, que en indio antiguo significa «dioses airados», son de color azul oscuro o rojo, tienen un tercer ojo, cabellera en forma de llama y adornos que muestran ocho serpientes y ocho calaveras. Su función consiste en combatir a los enemigos de la doctrina budista.

En los escritos budistas conocidos como *Anguttara Nikaya* se dice que existe un camino que conduce a la cesación del sufrimiento y que se llama «el noble sendero óctuple», que contiene ocho aspectos, que a su vez están dentro de tres categorías morales: *Pali* o sabiduría (visión o comprensión correcta y pensamiento o determinación correcta), *Sila* o conducta ética (hablar correcto, actuar correcto y medio de vida correcto) y *Samadhi* o entrenamiento de la mente (esfuerzo correcto, estar presente o consciencia del momento correcto y concentración o meditación correcta).

El número 8 también abunda en el budismo; así muchas divinidades, como la de la ilustración que representa a Tara, cuenta con ocho brazos, que pueden ser símbolo del óctuple sendero que lleva a la iluminación.

El 116

En los *Upanisads* se afirma que la persona es sacrificio. Sus 24 primeros años son la libación de la mañana, pues la *gayatri* tiene 24 sílabas y la libación de la mañana se ofrece con una *gayatri*. Los 44 años siguientes son la libación del mediodía. El metro *tristubh* tiene 44 sílabas y la libación del mediodía se ofrece con un *tristubh*. Los siguientes 48 años son la tercera libación. El metro *jagati* tiene 48 sílabas y la tercera libación se produce con un *jagati*. Aitareya vivió 116 años (suma de 24 + 44 + 48). Quien conoce esto también vive 116 años.

CONTAR EN VERSO

En la India, los siglos del V al VIII han sido definidos por algunos historiadores occidentales como «la época de la poesía», pues la poesía parecía impregnarlo todo, incluso las ciencias y, entre ellas, las matemáticas. Veamos cómo planteaban los indios de aquella época un problema matemático:

«Un collar se rompió durante unos embates amorosos.
»Una tira de perlas entonces se escapó.
»Un sexto de las mismas al suelo cayó.
»Un quinto, sobre la cama se quedó.
»Un tercio, la joven dama salvó.
»La décima parte, el amante retuvo.
»Y seis perlas en el cordón quedaron.
»Di cuántas perlas tenía el collar de estos dichosos.»

Se trata del enunciado de un problema de aritmética tal como lo recoge el *Lilavati,* célebre tratado de matemáticas en forma de poema debido a Bhaskaracharya (hacia 1150). Otro problema planteado, reproducido, en prosa poética, es el siguiente: «Hermosa niña de ojos radiantes, dime, si has comprendido el método de inversión: ¿cuál es el número que multiplicado por 3, agregándole los 3/4 del producto, dividiendo por 7 y disminuyendo en 1/3 el cociente, multiplicando el resultado por sí mismo, disminuyéndolo de 52, extrayendo la raíz cuadrada, sumándole 8 y dividiéndolo por 10, da el número 2?». Terminemos con un tercer ejemplo, éste con referencia a la mística que, en la India, lo impregnaba todo. «Dos ascetas viven en la cima de una montaña de altura conocida, cuya base está a una distancia conocida de la aldea próxima. Para ir a la aldea uno de ellos desciende y se dirige a ella caminando; el otro, que es mago, prefiere volar; asciende una cierta altura y luego se dirige, siempre en vuelo recto, a la aldea. ¿Cuál debe ser esa altura para que ambos ascetas recorran la misma distancia?»

El amor de los indios por los números enormes

La cosmogonía india está llena de números enormes. Con esas cifras tan elevadas querían, de alguna manera, representar entidades o sistemas más allá de la comprensión humana. Es tan grande su amor por los números enormes que los indios poseen una unidad de medida para el número 100.000 (10^5): el *lakh*, o *lac*. Se utiliza, además de en los cálculos, para designar gente (1 lakh de personas congregadas) o dinero (costaba 1 lakh de rupias). Otra unidad de medida es el *core* (abreviado *cr*), que equivale a 10^7 (10.000.000), o lo que es lo mismo: 100 *lakh*. Ambas unidades de medida son de uso común en Bangladesh, la India, Nepal y Pakistán. Por ejemplo, la cantidad de 230 millones de rupias, se escribe: «Rs 23 cr». A continuación se realiza un breve repaso de algunos de estos números enormes.

El 36.000

En la mitología hindú el 36.000 es una cifra utilizada para explicar el surgimiento de la mente, del yo, un yo distinto y con contornos fuera de la mente primordial. Se ve mejor en este pasaje extraído del libro *Ka*, de Roberto Calasso: «Prajapati estaba solo. Ni siquiera estaba seguro de si existía o no. "Por así decir", *iva*. (En cuanto se toca un punto decisivo conviene atenuar la afirmación con esta partícula, *iva*, que no vincula.) Sólo estaba la mente, *manas*. Pero lo propio de la mente es no saber si existe o no existe. Sin embargo, precede a cualquier otra cosa. "Nada existe antes de la mente". Y, antes aún de poder asegurarse de que en verdad existía, la mente deseó. Era continua, difusa, indefinida. Como atraída por algo extraño, perteneciente a otra especie de vida, deseó aquello que fuera definido, distinto, que tuviera un contorno. Un sí mismo, *atman:* así lo llamaba. Lo imaginaba como algo consistente. Al actuar, la mente alcanzaba la incandescencia. Vio encenderse treinta y seis mil fuegos, hechos por la mente y con la mente. Suspendidos sobre los fuegos, treinta y seis mil cálices, también ellos hechos de mente».

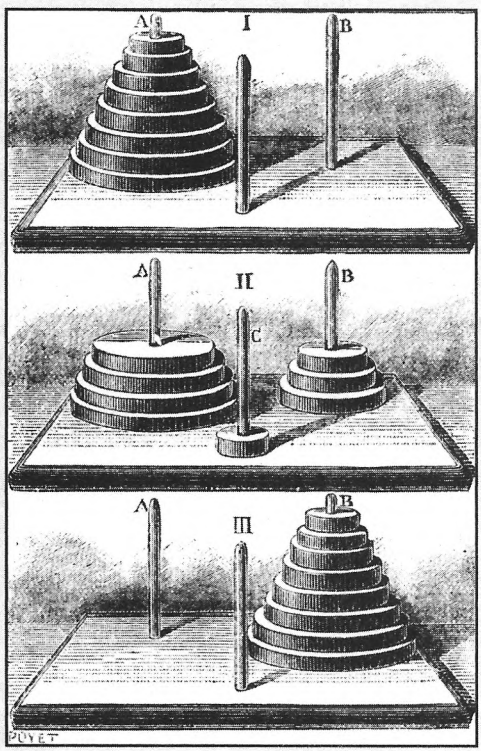
El 2.160.000.000

Para los hindúes, el universo dura lo que dura el sueño de Brahma; al despertar, el universo se desvanece pero vuelve a nacer apenas la divinidad se echa a dormir de nuevo. Brahma está condenado a soñar el mundo y nosotros, a ser su sueño. La duración de estos sueños recurrentes es de 2.160 millones de años terrestres. En otras

LA TORRE DE BRAHMA

El matemático Édouard Lucas, cuando creó el juego «Las Torres de Hanoi» en 1883, difundió la siguiente historia, inspirada en los números enormes de la cosmogonía india. En el gran templo de Benarés, bajo la cúpula que señala el centro del mundo, descansa una lámina de bronce en la que hay fijadas tres agujas de diamante, cada una de aproximadamente medio metro de altura y de grosor parecido al del cuerpo de una avispa. En una de estas agujas, desde la creación, Dios colocó 64 discos de oro puro, el disco más largo descansando sobre la lámina de bronce y los otros, en orden ascendente, de forma que cada disco fuera menor que aquel sobre el que reposaba; así hasta completar los 64 discos. A la aguja que contenía los 64 discos se la conocía como la Torre de Brahma. Día y noche los sacerdotes transferían los discos de una aguja de diamante a otra de acuerdo a leyes fijas e inmutables, que requieren que el sacerdote de servicio no debe mover más de un disco a la vez y emplazar el disco en la nueva aguja de tal manera que no exista un disco de menor tamaño debajo de él. Cuando los 64 discos sean transferidos desde la aguja en que por primera vez fueron colocados por Dios a una de las otras dos agujas, la torre, el templo y los propios sacerdotes se convertirán en polvo, y con un estruendoso ruido, el mundo se desvanecerá.

Las matemáticas nos dicen cuánto tiempo se requeriría para completar esta labor. Los sacerdotes brahmines necesitarían: $2^{64} - 1$ movimientos para terminar la tarea. En cómputo entendible, 18.446.744.073.709.551.615 movimientos. A razón de un movimiento por segundo, sin parar ni equivocarse, y teniendo en cuenta que hay 31.557.600 segundos en un año de 365,25 días, se necesitarían más de 584 millardos de años, exactamente 584.542.046.090 años, 7 meses, 15 días, 8 horas, 54 minutos y 24 segundos. Un periodo tranquilizador.



Desarrollo del juego ideado por Édouard Lucas según una lámina de fines del siglo XIX.

versiones la duración de esos sueños es de 4.320 millones de años, que es doble de la anterior cifra.

El 4.320.000.000

Según la cosmogonía brahmánica, la duración del universo material es limitada, reproduciéndose cíclicamente cada *kalpa* o día de Brahma. Como afirma el *Bhagavad Gita* «todos los planetas del universo, desde el más evolucionado hasta el más primitivo, son lugares de sufrimiento en los que se suceden el nacimiento y la muerte. Pero para el alma que alcanza *mi* reino, oh hijo de Kunti, ya no hay reencarnación. Los hombres que conocen el día de Brahma, cuyo fin llega después de mil eras *(mahayuga)*, y su noche, que dura otro tanto, son los que conocen realmente el día y la noche». Así pues, las cuatro eras que componen un *mahayuga* tendrían que repetirse mil veces para formar un día de Brahma, unidad de tiempo que equivale a 4.320.000.000 de años humanos.

Según esta cosmogonía, ésa sería la duración total de un universo creado. El día de Brahma correspondería a la aparición, evolución y desaparición de un mundo,

Lakshmi y Vishnú, recostado sobre la serpiente Ananta, esperan la llegada de un nuevo día de Brahma en esta ilustración de finales del siglo XIX.

ciclo que sería seguido por otro de «reposo cósmico» de igual duración, antes de que se iniciara un nuevo *kalpa*, y así indefinidamente. Dicho de otra forma, cada *kalpa* debería acabar en una destrucción total *(pralaya)* del universo, a la que seguiría un periodo de inactividad («noche de Brahma») de duración igual a la del «día» correspondiente, antes de que se creara un nuevo universo. Y es precisamente durante ese periodo de inactividad cuando Vishnú, recostado sobre la serpiente Ananta del infinito y la eternidad, descansa esperando que Brahma lleve de nuevo a cabo su obra creadora.

El 108.470.495.616.000

Cuando Buda, a petición de Arjuna, explicó a éste y a los demás discípulos cuántos átomos elementales había en un *yojana* (unidad de longitud), dio la cifra de 108.470.495.616.000.

El 311.040.000.000.000

En la *Bhagavad Gita*, texto clásico de la religión hinduista, se dice que la duración total de la vida de Brahma es de 311.040.000.000.000 de años humanos. En unos de los comentarios de la obra se añade que «esta longevidad impresionante, que para nosotros es infinita, no representa más que un 0 en la inmensidad de la eternidad».

EL 18.446.744.073.709.551.615

Este número de 20 dígitos se puede escribir de forma abreviada como $2^{64} - 1$. De acuerdo con la leyenda de Sessa, corresponde al número de granos que el rajá tendría que haber pagado al que le enseñó el juego del ajedrez si, como pidió, se le diese un grano de trigo (u otro cereal, a elegir) en la primera casilla y fuese duplicando su cantidad a lo largo de las 64 casillas del tablero.

El 10^{140}

Asamkhyeya es el nombre budista que recibe el número 10^{140}. En sánscrito, esta palabra significa «innumerable».

EL 12.345.654.321 Y LA CONSTRUCCIÓN PIRAMIDAL

Este número capicúa aparece en un documento indio del siglo IX. Su descripción decía «comenzando por 1 hasta que alcanza el 6 y luego decrece en el mismo orden». Sabemos que se refería al número 12.345.654.321 porque seguía a la descripción del cálculo de 111.111 · · 111.111. Esta forma, aplicada a los cuadrados de diferentes números formadas por unos, arroja esta vistosa construcción piramidal cuyos productos, simétricos, son todos palíndromos (pueden leerse indistintamente de izquierda a derecha y de derecha a izquierda):

$1^2 =$ 1

$11^2 =$ 1 2 1

$111^2 =$ 1 2 3 2 1

$1.111^2 =$ 1 2 3 4 3 2 1

$11.111^2 =$ 1 2 3 4 5 4 3 2 1

$111.111^2 =$ 1 2 3 4 5 6 5 4 3 2 1

$1.111.111^2 =$ 1 2 3 4 5 6 7 6 5 4 3 2 1

$11.111.111^2 =$ 1 2 3 4 5 6 7 8 7 6 5 4 3 2 1

$111.111.111^2 =$ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Un matemático indio de excepción, Srinivasa Ramanujan

Merece la pena que nos detengamos un poco en la figura de un matemático indio excepcional, Srinivasa Ramanujan (1887-1920), de quien J.E. Littlewood dijera «cualquier número entero positivo era un amigo personal». Aunque Ramanujan pertenecía a la casta de los brahmines, sus padres eran pobres. Fue lento en aprender a hablar pero pronto destacó en la escuela por sus dotes de cálculo. Se graduó en matemáticas en 1904, pero en aquella época en la India no había lugar para profesionales de las matemáticas. Una anécdota que define bien a Ramanujan es la siguiente: K.S. Srinivasan, un estudiante que había conocido en Kumbakonam, la ciudad en la que vivió de niño, le dijo un día: «Ramanju, dicen que eres un genio». A lo que él respondió: «Nada de genio. Mira mi codo. Él te contará mi historia». El codo estaba sucio, debido a que por entonces Ramanujan, extremadamente pobre, se valía de una pizarra manual para trabajar, y usaba el codo para borrar, método más rápido que usar un trapo. Y añadió: «Mi codo me está haciendo un genio».

Sello indio dedicado a Srinivasa Ramanujan, un genio de las matemáticas que falleció a los 32 años a causa de la tuberculosis.

Durante su vida de adulto fue anotando ecuaciones y símbolos en cuadernos. Se cree que estos cuadernos contienen entre 3.000 y 4.000 teoremas, y que casi dos terceras partes de ellos son nuevos en matemáticas, siendo el resto descubrimientos independientes de los ya realizados por anteriores matemáticos. Lo que más llama la atención de las ecuaciones de estos cuadernos es la belleza formal de su representación, una belleza que se conjuga con la armonía interna de las relaciones matemáticas que representan. Obsérvese, por ejemplo, la hermosa simetría de esta ecuación:

$$1-5\left(\frac{1}{2}\right)^3+9\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^3-13\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^3+\ldots=\frac{2}{\pi}.$$

El final de la serie, tan espectacularmente bella, es $2/\pi$; y qué decir de los coeficientes: 1, 5, 9 y 13, todos difiriendo entre sí por 4.

LA RAPIDEZ DE RAMANUJAN

En cierta ocasión un amigo le propuso a Ramanujan hallar una solución al siguiente sistema de ecuaciones, que él era incapaz de resolver.

$$\sqrt{x}+y=7,$$
$$\sqrt{y}+x=11.$$

Ramanujan dio la respuesta inmediatamente. ¿Puede usted hacer lo mismo? Por si tiene alguna duda, la solución es $x = 9$ e $y = 4$.

Otra bella ecuación de Ramanujan:

$$\frac{1}{1+\dfrac{e^{-2\pi}}{1+\dfrac{e^{-4\pi}}{1+\ldots}}} = \left[\sqrt{\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)} - \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right] \cdot e^{\frac{2}{5}\pi}.$$

Curiosamente, ¿qué descubrimos en esta ecuación? En la parte derecha vemos el número de oro: $(\sqrt{5} + 1)/2$. Este simple hallazgo basta para añadir a su intrínseca belleza cierta intriga místico-matemática.

Para finalizar, otra elegante fracción continua que presenta la siguiente ecuación de Ramanujan:

$$\frac{1}{e-1} = \cfrac{1}{1+\cfrac{2}{2+\cfrac{3}{3+\cfrac{4}{4+\ldots}}}}.$$

Ramanujan daba todo el crédito de sus descubrimientos a la diosa hindú Namakkal.

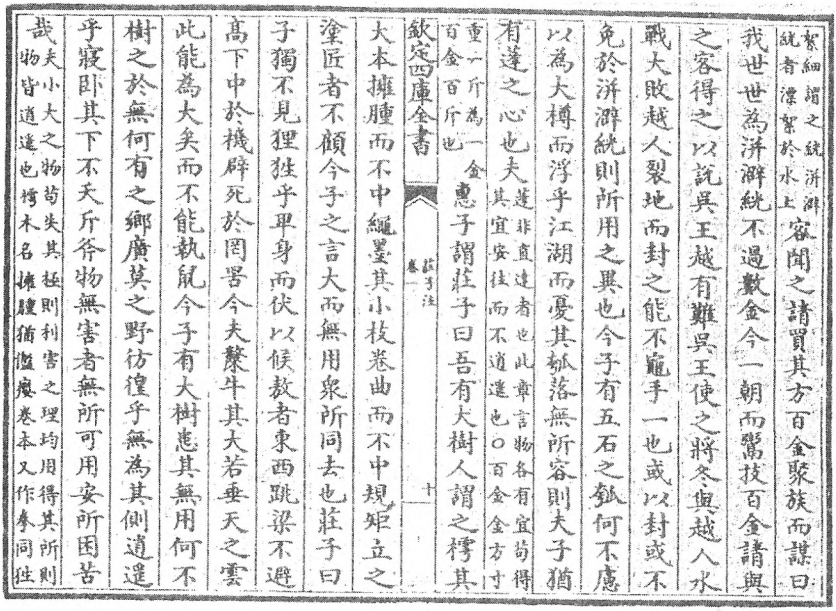
Números notables en China

Fuera del ámbito occidental, y después de los indios, que concibieron los números tal y como hoy los conocemos, fueron los chinos los que más destacaron en el arte de los números, números que impregnan su mitología y sus costumbres, tanto de los tiempos antiguos como de su presente.

El 1

En la numerología china, el 1 es el centro místico del que deriva toda luz y multiplicidad, y corresponde al principio que se esconde tras la diversidad de las apariencias. El 1 se asocia al yang y alude al hombre, como ser que participa de la verticalidad, asociado a una creación ascendente, lo que a veces se expresa mediante la imagen de

una piedra vertical, un falo erecto o un bastón. Del 1, según los chinos, deriva todo. Así lo explicó Lao Tse en su *Tao Te King*: «El tao engendra al uno, el uno engendra al dos, el dos engendra al tres, el tres engendra los diez mil seres». Así lo enseñó también el Maestro Chuang (Chuang Tse): «El gran principio fue la Nada; no había Ser, ni había nombres. De ella surgió el Uno. Había el Uno, pero no había formas corpóreas. Participando de él nacieron los seres, y a esto nómbrase Virtud. Lo sin forma se dividió, y de ahí se siguió un incesante movimiento, a lo que se nombra Destino: la energía primordial».



Fragmento de una de las obras de Chuang Tse, filósofo chino del siglo IV a.C. que incluyó diferentes aspectos de la numerología entre sus enseñanzas.

VER AL 1

Cuéntase que Puh Liang alcanzó el tao de la siguiente manera: tardó tres días en ser capaz de trascender el mundo. Tras ello, esperó siete días hasta que pudo trascender todas las cosas materiales. Nueve días más tarde fue capaz de trascender toda la vida. Después, se volvió claro y brillante como la mañana y, gracias a ello, fue capaz de ver al 1. Habiendo visto al 1, pudo eliminar la diferencia entre el presente y el pasado, lo que le permitió entrar en el reino de ni la vida ni la muerte.

El 2

Para la mística china, la dualidad primordial se reduce a una lucha entre el yin y el yang. En concreto el 2 se identifica con el signo yin, lo femenino y lo terrestre. Su cualidad femenina se proyecta hacia todos los números pares; los impares, por oposición, son considerados masculinos.

El 3

Para los chinos, el número 3 era importante porque si bien había ocho extremos de apuro, había tres garantías de éxito. Los extremos de apuro eran: belleza, barba, talla, corpulencia, fuerza, elegancia, valentía y audacia; quien en esas ocho características a los demás sobrepasa, por causa de ellas en extremo apuro se verá. Pero si recurre a las tres garantías de éxito, a saber, acomodarse a la naturaleza de las cosas, comportarse como los demás y mostrarse temeroso y humilde, los extremos de apuro pueden ser conjurados. En otras tradiciones chinas, el número 3 aparece dotado de poderes espectaculares, definiendo la palabra más eficaz, el pensamiento más certero o la idea más sublime. También era el número de la unanimidad, como demuestra la siguiente historia: hubo una vez once generales que tenían que decidir si atacar o retirarse

Al igual que sucede en otras culturas, el 3 y las tríadas están muy presentes en las tradiciones chinas. En la ilustración, una pintura que representa a Confucio presentando a Buda a Lao Tse.

TRES ESENCIAS DEL ZEN

El estudio del zen exige tres cosas esenciales. La primera, una gran raíz de fe. La segunda, un gran sentimiento de asombro. La tercera, una inquebrantable constancia. Si falta uno de estos tres elementos, el estudioso será como un trípode al que le falta un pie.

de una batalla. Los generales, después de un prolongado debate, decidieron votar el acuerdo. Tres decidieron atacar y ocho, retirarse, por lo que finalmente atacaron. ¿Por qué? Porque el tres representa el número de la unanimidad.

Para los taoístas chinos existían tres almas superiores, *houen*, y siete almas inferiores, *p'o*. Tras la muerte, las *houen* descienden a la región subterránea de las Fuentes Amarillas. Allí siguen penando por ser almas que echan de menos el cuerpo del que acaban de separarse. Las almas *p'o* rondan las tumbas y las casas donde habitaron. Para los taoístas el 3 también representa las principales categorías: cielo, tierra y hombre.

El 4

Para los chinos el cuatro es el signo de la tierra, a veces de la emperatriz, y representa las cuatro fuerzas: fuerte, débil, ligero y pesado. Desde la más remota antigüedad, el 4 expresa en la China el mundo y sus dimensiones, la materia y sus componentes. También significa la totalidad, la ordenación en cuatro direcciones. Entre

LOS CUATRO DIOSES DEL CIELO

A izquierda y derecha del pórtico de los templos budistas se yerguen las gigantescas efigies de los cuatro diamantinos reyes del cielo. El mayor blande una espada mágica, Nube Azul, en cuya hoja están grabados los signos de los cuatro elementos: tierra, agua, fuego, viento. Sacarla de su vaina origina un viento negro que aniquila los cuerpos de los hombres y los convierte en polvo. El segundo carga una sombrilla, llamada Sombrilla del Caos, artefacto mágico que, al ser abierto, entenebrece el mundo, y al ser invertido, convoca tempestades y terremotos. El tercero pulsa una guitarra de cuatro cuerdas; cuando el Dios la toca, el mundo entero se detiene para escuchar y arden los campamentos del enemigo. El cuarto maneja dos látigos y posee una maleta de piel de pantera donde vive una suerte de rata blanca; cuando la suelta, este animal asume la forma de un elefante de alas blancas que se alimenta de hombres.

los chinos, el cuatro muestra la importancia del cuaternario en la configuración del proceso de individualización que, en última instancia, se relaciona con las cuatro grandes funciones que orientan la vida interior: pensamiento, sentimiento, intuición y sensación.

El 5

En los antiguos caracteres chinos, el 5 (*wu*), se configura como una cruz de los cuatro elementos a los que se añade el trazo que alude al centro. Con el tiempo, el 5 acabó por representar el mismo centro. La antigua cosmología china se moldeaba sobre la imagen del 5: había cinco colores, cinco sabores, cinco sonidos, cinco metales, cinco vísceras (hígado, pulmones, corazón, riñones, bazo), cinco regiones, cinco sentidos, cinco elementos (el agua, el fuego, la madera, el metal y la tierra), y así sucesivamente. El dios chino de la literatura y del examen, Zhong-kui, lleva como atributo una espada, con la que espanta a los cinco animales venenosos: la serpiente, el ciempiés, el escorpión, el lagarto y el sapo.

Cinco fueron también los libros canónicos asociados con Confucio que configuran el *Wu Ching* (literalmente, «Los cinco clásicos»). El conjunto se compone de los siguientes textos: *I Ching* (Clásico de cambios), *Shu Ching* (Clásico de historia), *Shih Ching* (Clásico de poesía), *Li Chi* (Colección de rituales) y el *Ch'un Ch'iu* (primavera y otoño).

El 6

Para los antiguos chinos el 6 encarnaba los seis alientos: viento, frío, calor, humedad, sequedad e inflamación. El 6 es también la base de los hexagramas que permiten dilucidar el porvenir en el libro oracular *I Ching*.

El hexagrama 61 («La verdad interior»), uno de los 64 hexagramas que configuran el I Ching*, título que puede traducirse como «Libro de las mutaciones».*

Los chinos acostumbran a agrupar en conjuntos de 6 casi todas las reflexiones que se hacen sobre las artes plásticas. Así, por ejemplo, los seis cánones de la pintura: la circulación del chi (vibraciones, energía vital) produce el movimiento vital; el pincel crea estructura; dibujad la forma conforme al objeto; aplicad el color de acuerdo con la naturaleza del objeto; organizad la composición con los elementos en sus lugares apropiados, y, al copiar, intentad transmitir la esencia de los métodos del maestro. Estos cánones fueron consignados por Hsieh Ho a finales del siglo v.

El 7

El 7 es un número con profundas raíces mitológicas para los chinos. Hay siete estrellas visibles en la Osa Mayor, y en los rituales taoístas se emplea una espada ceremonial de siete estrellas, que representan el poder para eliminar el mal. En la séptima noche del séptimo mes lunar tiene lugar un estimado festival tradicional chino que celebra el romance de una joven tejedora y un muchacho, pastores celestiales que se unen una vez al año al cruzar el puente que forma la Vía Láctea. En China al número 7 también se le identifica con la muerte; es por ello que los días de luto son siete. El 7 encarna igualmente los procesos de cambio que originan la repetición de los ciclos. Además, representa la esencia oculta en cada ser humano. Como símbolo, abarca la totalidad humana, entendida como unión de los aspectos femenino y masculino, de lo anímico y lo espiritual, de nuevo el yin y el yang.

Entre los chinos el zorro de siete colas es el genio maligno; los santos y sabios tienen «siete agujeros» en el corazón; los espíritus animales son siete; existen siete hadas de siete colores, y uno de los amuletos predilectos de este pueblo es el loto de siete hojas.

LOS SIETE SABIOS DE LOS BAMBÚES

En algún momento en torno al año 100 a.C., entre los neotaoístas se desarrolló una tendencia intelectual que se bautizó como la «pura charla». Se hizo popular entre los intelectuales desposeídos y ajenos a la administración, y sus exponentes más conocidos recibieron el nombre de los Siete Sabios del Huerto de Bambúes. Eran unos inconformistas que recordaban a los socráticos y celebraban discusiones cordiales e informales al aire libre, regadas con vino, sobre temas espirituales y literarios. Quienes participaban en este movimiento eran voluntariamente excéntricos y contestatarios.

El 8

En la mitología taoísta juegan un papel fundamental los Ocho Inmortales, que originan numerosas representaciones artísticas. Surgieron en época relativamente tardía y hasta el siglo XV no aparecen relatos que narren cómo lograron la inmortalidad.

Dentro de la prosa antigua de China, si bien se identifican trece clases, son ocho los elementos que la convierte en literatura: espíritu, principios, fuerza vital, sabor, estilo, reglas, sonoridad y color. Los cuatro primeros reúnen la esencia de la literatura, los otros cuatro son elementos más vulgares.

Como ya se ha apuntado anteriormente, para los chinos había ocho extremos de apuro, y ocho eran también en la antigua china los vicios, a saber: hacer lo que no se debe, que se denomina «monopolizar»; aconsejar a quien no tiene interés en ello, o «hacer retórica»; hablar por complacer, o «lisonjear»; hablar sin distinguir lo verdadero y lo falso, o «adular»; tomar gusto en hablar mal de los demás, o «murmurar»; sembrar la cizaña entre amigos y la discordia entre parientes, o «perturbar»; proferir hipócritas alabanzas y lanzar calumnias para causar mal a otro, u «obrar con malicia», y acomodarse con doblez a la gente, sin distinguir lo bueno y lo malo, para arrebatarles secretamente lo que se desea, lo que se denominaba «ser caballero de fortuna». Estos ocho vicios trastornan, exteriormente, a los demás y por dentro causan daño a uno mismo.

Por último, para los chinos el ocho representa las ocho grandes manifestaciones a partir de las cuales se revela la sutil verdad energética de todas las situaciones, tal como enseña el *I Ching*: cielo, tierra, agua, fuego, trueno, lago, viento y montaña.

El 9

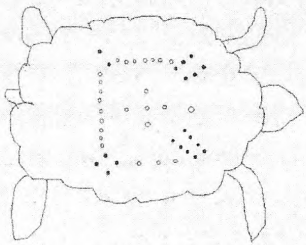
Para los chinos el 9 es, a la vez, el principio y el fin. Expresa el último número de una serie y la aparición de una nueva realidad en un plano superior. Corresponde a la imagen de todo lo que ha sucedido. Es el número de los antecedentes determinantes. Representa la culminación de todo proceso y articula la imagen de los tres mundos en su composición interior. Se relaciona, asimismo, con la capacidad de identificarse con otras realidades, con la comprensión y con la plenitud espiritual.

El 10

Los chinos de la Antigüedad relacionaban el 10 con el tiempo, en lo que éste supone de cambio y transformación. Como en Occidente, la década posee un sentido de comple-

LOS NUEVE NÚMEROS SOBRE EL CAPARAZÓN DE LA TORTUGA

El 9 tiene relación con el primer cuadrado mágico que recoge la historia. Según la tradición, en el año 2200 a.C. emergió del río Lo una gran tortuga, símbolo de la eternidad. Su lomo presentaba manchas de diferentes colores, que conformaban un dibujo bastante asombroso, tal y como se representa en la figura adjunta.



Dibujo sobre el caparazón de la tortuga en el río Lo.

Los grupos de manchas eran 9 y, sustituyendo cada mota por el número que parecía representar, se obtenía un rompecabezas aritmético en el que los números del 1 a 9 estaban ordenados de tal modo que, sumando sus filas, columnas o diagonales, se obtenía la misma cifra: 15. En forma de cuadrado mágico tradicional, tendría esta distribución:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

El Gran Yu (en el momento en que la tortuga emergió se estaban secando las aguas del diluvio) tomó esta tortuga y estudió su extraño caparazón. Su dibujo le inspiró un tratado que tituló *El Gran Plan,* en el que se hablaba de física, astrología, adivinación, moral, política y religión. Esta historia aparece en uno de los cuatro libros canónicos de la China ancestral, el *Shu Ching (Clásico de la historia).*

titud, que se ejemplifica en varios de sus mitos, como el que a continuación mostramos. Diez reyes presiden las regiones del infierno donde los muertos sufren torturas en proporción a sus faltas. El primer rey recibe a los muertos y decide si requieren o no castigo; de merecerlo, les asigna la región a la que deben ser enviados. En un principio este cargo lo ejercía Yen Lo Wang (nombre chino del señor de la muerte indio, Yama), pero fue degradado a la quinta corte por su indulgencia. El segundo rey gobierna la región que castiga a los mensajeros deshonestos, a los administradores fraudulentos y a los doctores ignorantes. El tercer rey se ocupa de dar tormento a los mandarines injustos, los falsificadores, los difamadores y los que se pasan de listos. El cuarto rey castiga a los ricos avarientos, los comerciantes ladrones y aquellos que conociendo curas no las hubieran divulgado. El quinto rey atormenta a los religiosos pecadores, los asesinos, los cazadores y pescadores y los lascivos. El sexto rey castiga a los sacrílegos.

El séptimo rey castiga a los vendedores y consumidores de carne humana. El octavo rey se ocupa de dar tormento a los que carecieron de piedad filial. El noveno rey se encarga de castigar a los incendiarios, los abortistas y los escritores y pintores obscenos y sus clientes, y también supervisa la ciudad de los muertos por accidente, incluidos los suicidas, para quienes no hay renacimiento a no ser que puedan encontrar a otro muerto por accidente que quisiera ocupar su lugar. El décimo rey gira la rueda de la trasmigración que lleva a los muertos a su nueva existencia, pudiendo renacer como dioses, seres humanos en la tierra o en el infierno, demonios buenos o malos, o animales.

El 12

Una consecuencia de identificar las artes plásticas con el número 6 fue que la tradición pictórica se amparara también en sus múltiplos, como el 12. Es por ello que en las escuelas de pintura tradicional de China existen doce cosas que hay que evitar: una composición llena y mal dispuesta, que no se distingan claramente lo cercano y lo lejano, montañas sin *ch'i* (el pulso vital), agua sin indicación de su origen, escenas sin lugares naturales inaccesibles, senderos sin indicación de principio o fin, piedras y rocas con una sola cara, árboles con menos de cuatro ramas principales, figuras distorsionadas de modo antinatural, edificios y pabellones mal colocados, olvidar efectos atmosféricos de niebla o claridad, y aplicar color sin método.

El 14

En China existían catorce reglas sobre dónde y cuándo tocar el laúd: al encontrarse con alguien que entiende de música, al conocer a una persona que lo merece, para un taoísta retirado, en un gran salón, habiendo subido a un pabellón de varios pisos, en un claustro taoísta, sentado sobre una piedra, en la cumbre de una montaña, descansando en un valle, deambulando junto a un arroyo, en una barca, descansando en un bosque a la sombra, cuando las dos esencias de la naturaleza son brillantes y claras, y cuando hay luna llena y brisa fresca.

Asimismo existían catorce reglas sobre dónde y cuándo no debía tocarse: cuando hay viento y trueno o lluvia, cuando hay eclipse de Sol o de Luna, en un juzgado, en un mercado o tienda, para un bárbaro, para una persona vulgar, para un mercader, para una cortesana, después de una borrachera, después de hacer el amor, ataviado con ropas sucias o estrafalarias, cuando se está congestionado y sudando, sin haberse lavado las manos y los dientes, y en sitio ruidoso.

Los números enormes en la tradición china

Antes hemos visto que los indios eran aficionados a los números enormes para definir e interpretar su cosmogonía, y algo de ese gusto por unos números que explican el origen del mundo pasó a los chinos. Como demostración, véase este pasaje de *Viaje al Oeste, las aventuras del Rey Mono*: «En el reino del Cielo y la Tierra el tiempo se divide en periodos de ciento veintinueve mil seiscientos años. Cada uno de ellos es subdividido, a su vez, en doce épocas de diez mil ochocientos años de duración, que responden a los siguientes nombres: Dhzu, Chou, Yin, Mao, Chen, Sz, Wu, Wei, Shen, Yu, Hsü y Hai. [...] Al final de la época de Hsü el Cielo y la Tierra yacían en un estado de confusión total, en el que la nada y el todo se entremezclaban de una forma absolutamente incomprensible para nosotros. Después de cinco mil cuatrocientos años de constante oscuridad se produjo el advenimiento de la época de Hai, también conocida como

DESPIERTO A LA NADA

En *Viaje al Oeste, las aventuras del Rey Mono* (anónimo chino del siglo XVI), se recoge este diálogo:

«—Déjame pensar —dijo el anciano venerable, mirándole fijamente a los ojos—. A todos mis otros discípulos les he dado un nombre, basado en los doce principios que integran mi tradición doctrinal y el rango que ellos ocupan dentro de la misma. Por cierto, tú perteneces al décimo.

»—¿Qué principios son ésos? —preguntó interesado el Rey de los Monos.

»—Lo ancho, lo grande, lo sabio, lo inteligente, lo verdadero, lo adecuado, lo natural, lo acuoso, lo agudo, lo despierto, lo completo y lo alerta —contestó, solemne, el anciano venerable—. Tú, como acabo de decirte, perteneces al décimo grupo, o sea, a "lo despierto", que se expresa con el carácter *wu*. De ahí que el nombre que te haya buscado sea el de Wu-Kung, que significa "despierto a la nada". ¿Te parece bien?».

Ilustración perteneciente a una edición china de Viaje al Oeste, *obra clásica que combina las aventuras y la espiritualidad.*

EL VALOR DEL CÁLCULO EN LA ANTIGUA CHINA

La anécdota siguiente se remonta al siglo IX. Cierta vez, dos sabios que tenían el mismo rango, los mismos servicios y las mismas recomendaciones en sus informes, aspiraban al mismo puesto. No sabiendo a quién promover, el funcionario responsable consultó con Yang Sun, quien hizo venir a los candidatos y declaró:

> «El mérito de los pequeños funcionarios es saber calcular rápidamente; que los dos candidatos escuchen mi pregunta; aquel que la resuelva primero tendrá el ascenso: Alguien que se pasea por el bosque escucha discutir a unos ladrones sobre el reparto de unos rollos de tela que han robado. Ellos dicen que si cada uno tiene seis rollos quedarán cinco, pero si cada uno tiene siete, faltarán ocho. ¿Cuántos ladrones y rollos de tela hay?».

Yang Sun pidió a los dos candidatos que hicieran los cálculos con unos palillos sobre el embaldosado del vestíbulo. Al poco tiempo, uno de los aspirantes dio la respuesta exacta (13 ladrones, 83 rollos), se le otorgó el ascenso y los funcionarios se dispersaron asumiendo la decisión.

Caos, porque durante su dominio no existían seres humanos ni ninguna de las dos esferas por las que ahora nos regimos. Hubieron de pasar otros cinco mil cuatrocientos años para que terminara una época tan tenebrosa y lentamente comenzaran a actuar las fuerzas creativas de la luz. [...] Pero cuando, después de otros cinco mil cuatrocientos años, la primavera se enseñoreó de la época de Dhzu, el firmamento echó sus inamovibles raíces y la luz pudo, finalmente, formar el Sol, la Luna, las estrellas y los restantes cuerpos celestes. No es extraño, por tanto, que se diga que el Cielo comenzó a existir en época tan numinosa. La siguieron otros cinco mil cuatrocientos años, durante los cuales el firmamento se solidificó para siempre. [...] Hubieron de pasar, sin embargo, otros cinco mil cuatrocientos años, después del advenimiento de la época de Chou, para que se condensaran ciertas informes materias y dieran, así, principio a los cinco elementos esenciales: el agua, el fuego, el metal, la madera y la tierra. Antes de que concluyera una época tan extraordinaria, hubieron de transcurrir otros cinco mil cuatrocientos años, al cabo de los cuales amaneció la época de Yin y todo cuanto conocemos comenzó a surgir y a crecer, como si siguiera la voz de una eterna primavera. [...] Durante los cinco mil cuatrocientos años que siguieron, en efecto, aparecieron las bestias, los animales y los hombres. De esta forma, quedaron establecidas para siempre las tres fuerzas que rigen los destinos de la naturaleza: el cielo, la tierra y el hombre, que, como queda dicho, vio la luz durante la milagrosa época de Yin».

Capítulo 5

Números ominosos

Hay números que dan miedo, o producen sudores. Son números que desde antiguo se han tomado por nefastos, números de los que se cree que atraen la mala suerte o que, al surgir de situaciones apocalípticas, suscitan recelo universal.

El 11

El número 11 ha sido considerado a lo largo de la historia un número ominoso, funesto, aciago... San Agustín lo tenía por nefasto, pero no ha sido el único pensador en considerarlo así. En la cábala, el número 11 simboliza las fuerzas ocultas que no están bien encaminadas: transición, exceso, peligro, conflicto y martirio. En otros pueblos y culturas se le denomina el «número de los pecados» y el «penitente». En el capítulo undécimo del *Tao Te King* se recoge la visión del vacío.

El 11 simbolizaba para los antiguos padres de la Iglesia el pecado y la depravación. Se aduce que no pudieron encontrar en él ninguna de las cualidades de sus predecesores, pues excede el número de los mandamientos y es menor que 12, el número de la gracia y la perfección. Sin embargo, las corrientes gnósticas se opusieron a este punto de vista, pues once fueron los discípulos fieles de Jesucristo, y por ello vendría a significar la revelación y la verdad.

La tradición europea considera el número 11 como una señal de discordia, muerte y renacimiento. Carl Gustav Jung (1875-1961), psiquiatra suizo que formuló el concepto de inconsciente colectivo y desarrolló la idea de los arquetipos, describió el número 11 como «un violento y agónico proceso de transformación».

En el ocultismo y otras ramas esotéricas, el 11 es el número del conflicto y del martirio. Así, el 11 poseería carácter infernal por exponer desmesura (exceso sobre el número de la perfección, el 10) y a la vez correspondería a la mandorla de la montaña, al foco de inversión y de la antítesis, por ser 1 más 1 (como el 2, en cierto modo).

Por último, si se hubiera consultado el oráculo chino *I Ching*, en el hexagrama 11, *T'ai* (*La paz*), habiendo sacado un 6 en la primera línea, el pronóstico hubiera sido:

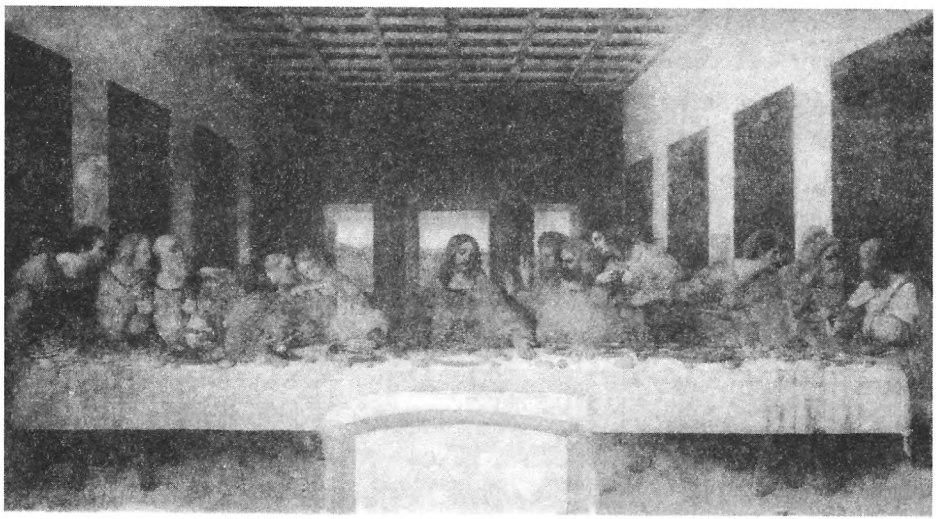
«La muralla se desploma de vuelta al foso.
»Ahora no emplees los ejércitos.
»En la propia ciudad proclama tus órdenes.
»La perseverancia trae humillación.»

El 13

Resulta curioso observar que, dependiendo del punto geográfico y de la cultura, un mismo número puede ser nefasto y temido o, al contrario, puede ser considerado como el número de la suerte y el portador de las gracias más diversas. Esto ocurre con el número 13. Para algunas personas (normalmente occidentales) es un número adverso; para otras es el número de la suerte, un excelente talismán que suele llevarse grabado en una pequeña medalla.

La Antigüedad grecolatina sentía cierto desamor por el número 13 porque seguía al 12, el cual se asociaba a la finalización. Sin embargo, el número 13 era el número sagrado de los mexicanos y del pueblo del Yucatán.

Los antiguos hebreos no consideraban el trece un número de mala suerte; parece ser que dicha acepción nació a partir de la condena de Judas después de la última cena, pues Jesús y sus apóstoles sumaban 12 y la treceava persona, Judas, resultó ser un traidor. Sin embargo, esta consideración queda subvertida por el denominado Evangelio



El número de participantes en la Última Cena, aquí representada según la visión de Leonardo, y el papel desarrollado por Judas han fomentado la animadversión hacia el 13.

EL COMENSAL DECIMOCUARTO

Néstor Roqueplan (1804-1870), redactor jefe de *Le Figaro,* no sólo era un *dandy* que cultivaba la más refinada elegancia. Llevó una intensa vida social, siempre invitado en cenas y fiestas, pero tenía un secreto para ser tan querido. En su tarjeta de visita, debajo de su nombre, donde debía figurar su profesión de periodista, aparecía la mención: «Decimocuarto». Así se ofrecía para ser invitado en toda reunión o en cualquier mesa de trece convidados.

de Judas, que fue utilizado por sectas gnósticas y en el que se insiste en que los doce discípulos de Jesús no entendieron el papel de sacrificio que jugó Judas, el único que al parecer conocía los designios íntimos de Jesús. La traición, bajo este nuevo prisma, hubiera sido un acto de generosidad. Judas quedaba así fuera del número de los apóstoles, y por eso Jesús le llama «el decimotercero». Es por ello que para los gnósticos, el 13 es un número positivo.

Muchos occidentales renunciarían a comer antes de hacerlo en una mesa compuesta por trece comensales. Para ilustrarlo, nada mejor que la siguiente anécdota: Víctor Hugo, el célebre escritor francés, tras haber sido invitado a una cena de gala, se dio cuenta de que el número de comensales era trece. Entonces, en lugar de sentarse a la mesa, declaró a los presentes: «Queridos amigos, hay una persona supersticiosa que no se sentará a la mesa mientras el número de los presentes siga siendo trece». Uno de los invitados preguntó: «¿Y quién es ese imbécil?». Víctor Hugo contestó: «Ese imbécil soy yo». También ha trascendido que la reina Isabel II de Inglaterra, cuando viaja, examina atentamente el plan de vuelos y las entrevistas y demás actos protocolarios para que en ellos no figure el número 13.

El 13 jugó un papel importante en la vida del escritor James Joyce. No es casualidad que en el retrato-caricatura que del escritor irlandés hiciera Abin en forma de interrogante, Joyce lleve un sombrero hongo negro, en señal de duelo, por la reciente muerte de su padre, con telarañas y el número 13 en la copa. Trece es el número de la muerte que Bloom atribuye al misterioso hombre del *macintosh*. Un número ambivalente, para Joyce, pues creía que a veces daba suerte. Pero para él significó muerte: su madre había muerto un día 13 y él, no podía saberlo, moriría otro día 13.

En la mitología hindú, y siguiendo a Roberto Calasso, este número también posee carácter ominoso. Los números de Prajapati fueron 13, 17 y 34. Los dos primeros eran los números de lo sobrante, de aquello que excede de un todo (el 12, el 16), en los

UN CASO DEL TEMOR AL 13 EN LA LITERATURA

En la obra de Joaquim Maria Machado de Assis *Memorias póstumas de Blas Cubas* figura el siguiente fragmento:

> «Me contó que su marido iba a rehusar el nombramiento por un motivo que le dijo sólo a ella, pidiéndole el mayor secreto; no podía confesárselo a nadie más.
>
> »—Es pueril —le había dicho—, es ridículo; pero en resumidas cuentas es un motivo poderoso para mí.
>
> »Y le contó que el decreto tenía fecha 13 y que ese número producía en él un recuerdo fúnebre. Su padre había muerto un día 13, trece días después de una comida de trece comensales. La casa en que había muerto su madre tenía el número 13. Etcétera. Era un guarismo fatídico. No podía alegar eso ante el ministro; le diría que tenía razones particulares para no aceptar. Me quedé —como ha de estarlo el lector— un poco asombrado de ese sacrificio a un número; pero, ambicioso como era Lobo Neves, el sacrificio debía de ser sincero...».

que Prajapati se refugiaba. Todos ponían cuidado en evitar esos números, porque no querían toparse con él.

En el tarot, la carta número 13 corresponde a «La muerte».

Apuntemos, para finalizar, algunas consecuencias prácticas del temor reverencial ante este número: las compañías aéreas Iberia y Alitalia no tienen fila 13 de asientos en ninguno de sus aviones (por lo menos, hasta hace unos años); Renault ha diseñado sus modelos de automóviles desde el número 3 al 21, omitiendo el modelo 13; en muchas ciudades occidentales no existe el portal 13 en las calles; asimismo, el 13 es un número proscrito en muchos hoteles, que lo excluyen de la numeración de sus habitaciones.

El 17

Los pitagóricos, de hacer caso a Plutarco, abominaban del 17 porque se entromete entre el 16, que es un cuadrado, y el 18, que es el doble de un cuadrado; además, estos dos números son los únicos que representan áreas para las cuales los perímetros (de los rectángulos correspondientes) son iguales a sus respectivas áreas.

El número 17 produce en todo el mundo un poco de miedo y se asocia a multitud de desgracias, y es considerado por muchas personas tan aciago como el 13. En Italia,

el 17 es considerado tan nefasto que en algunas tómbolas se evita nombrarlo. Cuentan, para corroborar dicha fama de infortunio, que durante una carrera automovilística que tuvo lugar en 1926 murió el corredor Giulio Masetti, justamente cuando recorría el kilómetro 17, pilotando un coche con el número 171. Otro corredor llamado Moll, en otra carrera, murió en la diecisieteava vuelta, casualmente en el kilómetro 17. Tal es la aprensión que produce en los italianos este número, que el fabricante francés de automóviles Renault cambió el nombre de su coche R17 a R177 para poder vender en el mercado italiano. Cuando se enfrentan al número romano XVII, los italianos lo cambian anagramáticamente a VIXI, que en latín viene a decir «Viví».

Pero no sólo en el ámbito occidental se considera nefasto el 17. En la mitología hindú, y como hemos visto al hablar del número 13, el número 17 también posee carácter ominoso, pues los números de Prajapati fueron 13, 17 y 34.

El 666

Sin duda es el número 666 el que se lleva la palma en la carrera de los números nefastos, incluso apocalípticos, pues de un apocalipsis procede, el que se describe en el Evangelio de san Juan. Este número, identificado en el Apocalipsis de san Juan con la Bestia o el Anticristo, ha sido el preferido por los profetas y numerólogos de todos los tiempos. Según la cábala, el número 666 corresponde en trascripción alfabética a Nero Caesar (César Nerón). Pero no sólo la cábala se dedicó a buscarle significación personal al famoso numerito. En el siglo XVI un autor católico escribió un libro en el que se hacía constar que Martín Lutero era el Anticristo, pues el valor de su nombre según el método latino era 666. En realidad, este apologista católico (Petrus Bungus, *Numerorum Mysteria*), hizo el cálculo con el nombre Martin Luther, pero al no darle la cifra deseada, cambió el nombre de Luther por Lutera, que era como se decía en latín. Con ese pequeño cambio, aplicó la siguiente tabla numérica (nótese que la I y la J eran la misma letra, al igual que la U y la V; no había Ñ ni W):

A	1	K	10	T	100
B	2	L	20	U o V	200
C	3	M	30	X	300
D	4	N	40	Y	400
E	5	O	50	Z	500
F	6	P	60		
G	7	Q	70		
H	8	R	80		
I o J	9	S	90		

De este modo, Bungus llegó al resultado deseado:

M	30	L	20
A	1	U	200
R	80	T	100
T	100	E	5
I	9	R	80
N	40	A	1

TOTAL = 260 + 406 = 666.

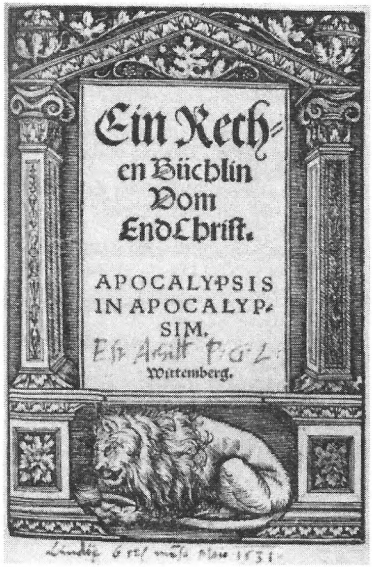
No se hizo esperar la respuesta de los partidarios de la Reforma. Utilizando la misma táctica, un protestante publicó que las palabras que figuran en la tiara papal «Vicario del hijo de Dios» daban también un valor de 666 si se sumaban los números romanos incluidos en la versión latina de la frase. Veámoslo:

VICARIVS FILII DEI (5 + 1 + 100 + 1 + 5 + 1 + 50 + 1 + 1 + 500 + 1 = 666).

Otro antipapista, Michael Stifel, o Stifelius (1487-1567), publicó en 1554 una edición nueva de un libro de álgebra que fue uno de los primeros en el que se usaron los signos «+» y «−». En aquella edición, Stifelius incluyó sus propios cálculos del número de la Bestia. Dirigió su punto de mira hacia el Papa León X, y se propuso traducir ese nombre a números usando su forma latina: Leo Decimus. Stifelius dio al nombre del papa el mismo tratamiento que había empleado Bungus con Martín Lutero, y encontró que la suma de los números sólo ascendía a 416, es decir, faltaban 250 para llegar a 666, de modo que, siguiendo la costumbre de los numerólogos, empezó a falsear las cifras.

Stifelius se apartó del sistema de Bungus, y sólo seleccionó del nombre del Papa las letras L, D, C, I, M y V (puesto que U = V), es decir, las letras que también representan numerales romanos. Entonces, eliminó la M con el argumento de que significaba *misterium* (misterio), y que por tanto podía descartarse. Por último, añadió una X, que representa el «diez» de León X. Colocando los numerales romanos en orden descendente, Stifelius obtuvo DCLXVI (500 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1), o 666. De modo que, mediante la manipulación oportuna, consiguió mostrar que el nombre de León X podía equipararse a la Bestia del Apocalipsis.

Como es evidente, este método acientífico de manipulación numerológica permite además una libertad total de interpretación. A un demócrata norteamericano

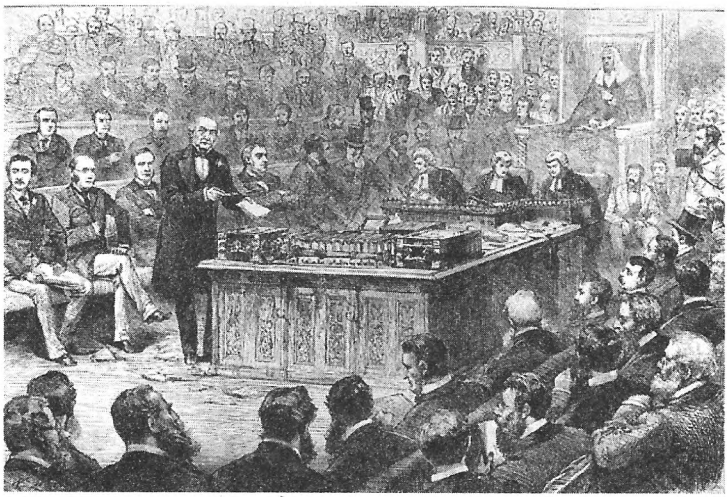


Portada del libro de Stifelius en el que predijo la fecha del Apocalipsis gracias a sus cálculos matemáticos. La fecha prevista era el 19 de octubre de 1533.

no le hubiera sido difícil percatarse de que el nombre de Ronald Wilson Reagan se compone de tres palabras de seis letras cada una, formando un singular 666. Siguiendo esta línea atributiva, y aplicando la representación numérica que los hebreos hacen de su alfabeto, resulta significativo que el nombre Saddam posea el siguiente valor: *samech* (60) + *aleph* (1) + *daled* (4) + *aleph* (1) + *mem* (600) = 666.

La manía moderna de buscar el valor 666 en nombres de enemigos políticos se remonta, según mis datos, a la novela de León Tolstoi *Guerra y paz*, en la que se hace uso de este artificio. En el Capítulo XIX, libro tercero, primera parte, se puede leer: «Cierto hermano masón le había revelado la siguiente profecía relativa a Napoleón, sacada del Apocalipsis de san Juan Evangelista. Dicha profecía se encuentra en el capítulo XIII, versículo 18 y dice así: "Aquí está la sabiduría; quien tenga inteligencia, cuente el número de las bestias, porque es un número de hombre y su número es seiscientos sesenta y seis". Y en el mismo capítulo, el versículo 5 dice: "Y se le dio una boca que profería palabras llenas de orgullo y de blasfemia; y se le confirió el poder de hacer la guerra durante 42 meses." Las letras del alfabeto francés, como los caracteres hebraicos, pueden expresarse por medio de cifras, y atribuyendo a las diez primeras letras el valor de las unidades y a las siguientes el de las decenas conforman la siguiente tabla:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
a	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z



Al parecer el político William Gladstone (1809-1898) tenía tantos enemigos que uno de ellos incluso usó la numerología para intentar desacreditarlo. En la imagen, el político británico hace uso de la palabra en un debate parlamentario en 1886, tal y como lo recogió el Illustrated London News.

»Escribiendo con este alfabeto en cifras las palabras "L'empereur Napoléon", la suma de los números correspondientes daba por resultado 666, lo que significaba que Napoleón era la bestia de que hablaba el Apocalipsis. Además, al escribir con ese mismo alfabeto cifrado la palabra francesa "quarante deux", es decir, el límite de 42 meses asignados a la bestia para pronunciar sus palabras orgullosas y blasfemas, la suma de las cifras correspondientes era también 666, de lo que se infería que el poder napoleónico terminaba en 1812, fecha en que el emperador cumplía los cuarenta y dos años».

Siguiendo con los políticos y el número de la bestia, un enemigo de William Gladstone, primer ministro de Inglaterra, escribió GLADSTONE en griego, sumó los números y obtuvo el 666. También se ha identificado este número con HITLER, si bien los números asignados a las letras seguirían el patrón: A = 100; B = 101, C = 102... Así se obtendría:

H	107
I	108
T	119
L	111
E	104
R	117
	666.

EL 666 ACUSA A BILL GATES

La más moderna, y singular, aplicación de la numerología de la bestia para definir a un personaje lo tenemos en el magnate de Microsoft Bill Gates. Apareció en la revista norteamericana *Harper* y para la conversión numérica del nombre de Gates, cuyo nombre completo es William Henry Gates III (nótese ese III, típico truco de numerólogo para alcanzar sus fines), no se utilizó un idioma convencional sino los valores ASCII de las letras. De esta manera, Bill Gates 3 equivale en ASCII a: 66 + 73 + 76 + 76 + 71 + 65 + 84 + 69 + 83 + 3 = 666.

Es la primera vez, que se sepa, que el alfabeto ASCII (a = 64, b = 65..., z = 89), ha sido empleado en gematría. Añadiendo I a Windows 95 el resultado es el mismo: 666.

Pero el 666, sin el carácter ominoso que le dio el Evangelio de san Juan, ya aparecía en el Antiguo Testamento: en Reyes (10,14) se dice que esa cifra es el número de talentos de oro que recibía Salomón en un año, y en Esdras (2,13), se dice que 666 es el número de hijos de Adoniqam, nombre que significa «señor de los enemigos». Curiosamente, el Apocalipsis es el 66° libro de la Biblia, y el versículo en que se menciona el 666 es el 18, o sea 6 + 6 + 6.

Y es que no todo el mundo se asusta de este número y algunos incluso sienten preferencia por él. Veamos dos ejemplos: en 1988 el propietario del número 666 de la calle North Lake Shore Drive, en Chicago, cambió el número al 668, pero los inquilinos de los pisos protestaron porque les gustaba el viejo número; en 1994 la Comisión de Autopistas de Nuevo México declinó cambiar el nombre de la Autopista U.S. 666, cuyo nombre databa de 1926. El gobierno de Nuevo México pretendía de esa forma combatir la tontería numerológica.

Otras curiosidades en torno al 666

En la Iglesia Ortodoxa Oriental, el 666 es considerado simbólico porque en números griegos, 666 alude al Cristo.

El 666 fue utilizado como seudónimo por Aleister Crowley, un mago y ocultista que se designaba a sí mismo la Bestia a la que se refiere el Apocalipsis.

El *remake* hecho en 2006 del film de terror *La profecía* (*The Omen*) fue estrenado el 06.06.06 (6 de junio de 2006) a las 06:06:06 horas.

Como ya hemos mencionado, el nombre completo del presidente Ronald Wilson Reagan contiene seis letras en cada uno de sus tres componentes, lo que indujo a

algunos numerólogos, como Gatry D. Blevins, a creer que Reagan era el Anticristo. Lo curioso de esta historia es que cuando, ya ex presidente, Reagan se trasladó a California, solicitó que el número de su casa fuera cambiado del 666 (el que tenía originalmente) al 668. Por lo visto le perseguía el numerito.

El 666 era el nombre original del virus de ordenador Macintosh *SevenDust* descubierto en 1998.

Six-Sixty-Six es el título de una canción del pionero roquero cristiano Larry Nonnan. Una versión fue grabada por Frank Black and the Catholics.

El primer computador de Apple, el *Apple 1,* fue lanzado a un precio de 666,66 dólares.

La aversión al número 666 es llamada Hexakosioihexekontahexafobia o Triplehexafobia.

Otra propiedad demoníaca de este aciago número: los números de la ruleta suman 666.

Una ciudad del estado de Luisiana, en Estados Unidos, cambió el prefijo telefónico que le correspondía (666) para que no se les asociase con el diablo o la Bestia.

Finalmente, reseñar que, desde una óptica puramente pitagórica, la relación entre 1.080, el número lunar, y 666, considerado un número solar, es una asombrosa aproximación al número de oro, Phi (Φ) = $(\sqrt{5}+1)/2$ = 1,618. Y si de seises hablamos, y de bestias, recordemos que el triángulo primitivo pitagórico, de lados 693, 1924 y 2045, da como área 666.666, dos «bestias» seguidas.

666, un número con mucho juego... aritmético

El número 666, además de ser muy utilizado en las profecías ominosas y las predicciones de cataclismos, también da mucho juego en aritmética. Éstas son algunas de las curiosas propiedades algebraicas de este príncipe de los números.

EL 666 EN LA QUÍMICA

El producto medicinal salvarsán (anfetamina, llamado «bala mágica» por su descubridor, Paul Ehrlich) es una preparación de arsénico orgánico empleada en el tratamiento de la sífilis y de la fiebre recurrente. Fue apodado por su descubridor 606 porque, según él, fue fruto de 606 experimentos. Por deformación, fue llamado también el 666. También fue llamado 666 un potente insecticida: el Hexaclorociclohexano, cuya fórmula era $C_6H_6Cl_6$.

ACERTIJOS ARITMÉTICOS EN TORNO AL NÚMERO DE LA BESTIA

Introducir tres signos entre la secuencia 123456789 (los números del 1 al 9 en orden ascendente) para que sumen 666. Solución: 123 + 456 + 78 + 9 = 666. Si se permitiera el uso de números negativos (excepto al comienzo de la serie), la secuencia sería: 1234 − 567 + 8 − 9 = 666. Si el reto fuera introducir cuatro signos (de cualquier signo) en la serie numérica dada, la respuesta sería: 9 + 87 + 6 + 543 + 21 = 666.

Relaciones numéricas

Es la suma de sus dígitos más los cubos de sus dígitos: $666 = 6 + 6 + 6 + 6^3 + 6^3 + + 6^3$ (existen sólo seis números con esta propiedad).

Es un divisor de 123.456.789 + 987.654.321 (observen que dichos números son la concatenación de todos los dígitos del 1 al 9, y del 9 al 1).

Puede representarse como una suma capicúa de cubos: $666 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 5^3 + 4^3 + 3^3 + 2^3 + 1^3$.

Relaciones numéricas pitagóricas y triangulares

Es el 36° número triangular: $T(6 \cdot 6) = 666 = 1 + 2 + 3 + 4 \ldots + 34 + 35 + + 36$ (y $36 = 6 \cdot 6$). Es el número triangular más pequeño de la forma $a^2 + b^2$, siendo $a + b$ también triangular. Ejemplo: $T(6 \cdot 6) = 666 = T(5)^2 + T(6)^2 = 15^2 + + 21^2$, siendo 15 y 21 a su vez números triangulares consecutivos.

El triplete (216, 630, 666) es un triplete pitagórico (la suma de los cuadrados de los primeros = al cuadrado del tercero): $216^2 + 630^2 = 666^2$.

Relación con constantes importantes

Es la suma de los primeros 144 dígitos de π, en donde $144 = (6 + 6) \cdot (6 + 6)$.

Relación con otros sistemas de numeración

En números romanos 666 se escribe DCLXVI, que son los primeros seis dígitos en números romanos de mayor a menor.

Relación con números primos

Es la suma de dos números primos capicúas consecutivos: $666 = 313 + 353$. Es la suma de los cuadrados de los primeros siete números primos: $666 = 2^2 + 3^2 + 5^2 + + 7^2 + 11^2 + 13^2 + 17^2$.

Otras propiedades

Es un número «repdigit» (número con todos los dígitos iguales), pero como repdigit posee una cualidad que no tienen otros números de la misma clase: es el repdigit triangular más grande.

Es un número de Smith: $666 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37$ y $6 + 6 + 6 = 2 + 3 + 3 + 3 + 7$.

Para finalizar, informar que el número 666 posee su propio cuadrado mágico, un cuadrado mágico de sexto orden ($6 \cdot 6$), y de constante 666.

Es como sigue:

3	107	5	131	109	311	666
7	331	193	11	83	41	666
103	53	71	89	151	199	666
113	61	97	197	167	31	666
367	13	173	59	17	37	666
73	101	127	179	139	47	666
666	666	666	666	666	666	

Un caso especial: el 23, el número de la conspiración

Los números formados por dos cifras expresan
una relación entre ellos, de izquierda a derecha.
Por ejemplo, 23 = 2 (conflicto) 3 (resuelto).
Axioma conspiracionista

El 23 es un número en auge dentro de la moderna simbología esotérica y el favorito de los propugnadores de teorías de la conspiración. Veamos: 2 más 3 da 5, el número con el que el diablo puede ser invocado. 2 dividido por 3 da 0,666, el número de la Bestia según el Apocalipsis de san Juan. Las fechas de los asesinatos de John F. Kennedy y Lee Harvey Oswald, 22 y 24 de noviembre respectivamente, poseen un significativo ausente: el día 23. Casi todos los grandes anarquistas han muerto el día 23 de cualquier mes: Sacco y Vanzetti el 23 de agosto, Bonny & Clyde el 23 de mayo, Dutch el 23 de octubre y Vince Cool tenía 23 años cuando fue tiroteado en la calle 23, y aunque John Dillinger murió un 22 de julio, lo cierto es que esa misma noche murieron 23 personas más en Chicago, todas ellas por una ola de calor. El mundo, según el doctor Lightfoot, quien fuera vicecanciller de Cambridge, comenzó un 23 de octubre del año 4004 a.C. La revolución húngara se inició un 23 de octubre y Harpo Marx nació un 23 de noviembre. Según Seutonio, César recibió exactamente

23 puñaladas por parte de Bruto y sus sicarios. Finalmente recordar que el Bloomsday, día en el que se conmemora la jornada en la que transcurre el *Ulises* de Joyce, se desarrolla en el año 1904, y 19 + 04 da 23.

Desde la publicación del libro *La trilogía de los Iluminati*, de Robert Antón Wilson, en el que se relacionaba el número 23 con los fenómenos paranormales y teorías de la conspiración, mucha gente (principalmente en Estados Unidos) se dio a perseguir números 23 a través del tiempo y el espacio, y este número, generoso y prolífico, comenzó a brotar bajo cualquier circunstancia. Además de las consignadas en el párrafo precedente, he aquí otros muchos ejemplos donde, tras este número, puede sentirse la mano de la conspiración:

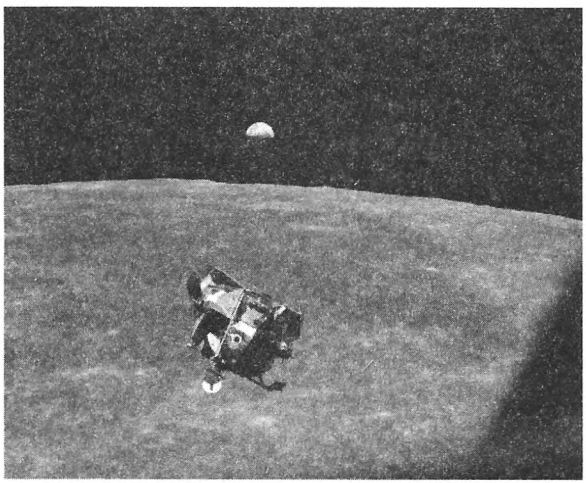
Los dominios de chat de AOL (*American On Line*, el principal suministrador de Internet del mundo) limita a 23 el número de usuarios conectados en un determinado momento.

En la película *Aeropuerto*, el chiflado que lleva la bomba va en el asiento número 23.

En el desastre aéreo del vuelo de la TWA 800, que fue atribuido a una conspiración, hubo 230 muertos.

La letra W es la que hace el número 23 del alfabeto inglés, y tiene dos puntos hacia abajo y tres hacia arriba.

El primer alunizaje del Apolo tuvo lugar a 23,63 grados este; el segundo, a 23,42 grados oeste.



El espacio exterior también es un ámbito para la numerología. La misión del Apolo 11, *que por primera vez en la historia permitió que los hombres pisaran la Luna, estuvo marcada al parecer por el número 23.*

Área 51, nombre por el que se conoce a un centro de investigación secreto del gobierno (cuartel que supuestamente comparten la CIA y los extraterrestres, según los creyentes en la existencia de ovnis) se puede descomponer en $23 + 23 + (2 + 3) = 51$.

William Wallace, noble escocés que se levantó contra la ocupación inglesa, fue ejecutado bajo la acusación de traición el 23 de agosto de 1305.

Tanto la serie *Star Trek* como *Babylon Five* estaban ambientadas en el siglo XXIII.

En el momento de la concepción, el hombre y la mujer contribuyen cada uno con 23 cromosomas.

Según una profecía maya hoy de moda, el mundo terminará el 23 de diciembre del año 2012. Repárese que 2012 puede descomponerse: $(20 + 1 + 2 = 23)$.

La destitución del presidente Nixon se basó en el artículo 2, sección 3, de la Constitución de Estados Unidos.

El primer número primo en el cual los dos dígitos son primos es el 23.

El número 23 es el título de una película dirigida por Joel Schumacher y protagonizada por Jim Carrey. La historia se centra en Walter Sparrow y su esposa Agatha, un matrimonio normal que tras leer un misterioso libro titulado *El número 23*, se ve envuelto en una serie de extraños sucesos donde las ficticias situaciones del libro comienzan a mezclarse con la realidad, dando lugar a una extraña combinación entre dos mundos paralelos, donde la paranoia, el miedo, la ficción y el crimen serán el denominador común de ambos universos. El nombre del actor Jim Carrey y el nombre del director Joel Schumacher, suman entre los dos 23 letras (la compañía productora de Jim Carrey se llama, curiosamente, JC23).

Los grandes maestros del temple eran 23.

El *Titanic* se hundió la mañana del 15 de abril de 1912 y $(1 + 5 + 4 + 1 + 9 + + 1 + 2 = 23)$.

Dos de los mejores jugadores de la NBA de la historia fueron: Michael Jordan (camiseta número 23) y Magic Johnson (camiseta número 32).

La «partida inmortal» de ajedrez jugada por Anderssen y Kieseritzky duró sólo 23 movimientos.

El 23 de octubre es el día del Mol. Los químicos lo celebran desde la 6:02 de la mañana hasta las 6:02 de la tarde en honor al número de Avogadro, que es aproximadamente $6{,}023 \cdot 10^{23}$.

El terremoto ocurrido en Tokio en 1923 provocó que descendiese el producto nacional bruto de Japón en un tercio.

El escritor Rynosuke Akutagawa, en su libro *Rashomon*, presenta la narración de un paciente del hospicio de locos bajo el nombre en clave de NQ 23.

EL NÚMERO 23 Y EL LIBRO DEL SECRETO

En el capítulo del *Zohar* que lleva por título *El libro del secreto*, se dice lo siguiente: «Veintidós letras son invisibles y veintidós visibles. Una Yod está escondida; una Yod manifiesta. Lo visible y lo invisible se equilibran en la Balanza». Trama y urdimbre hilan lo invisible con lo visible. Algunos cabalistas hablan aún de una letra vigesimotercera, la letra ausente, la que yace escondida en los espacios blancos, en los espacios de mediación entre las otras letras.

Portada de la edición de Mantua de 1558 del Zohar.

Un viernes 23 de julio, en el lujoso palacio milanés de Belgioioso, Raul Gardini se disparó con una PPK (siglas alemanas de la pistola de la policía criminal y de James Bond), calibre 7,65, un tiro en la sien derecha. Raul Gardini estaba al mando del grupo Ferruzzi-Montedison. En el lecho donde quedó tendido había un par de periódicos del día abiertos en las páginas donde se daban cuenta de las declaraciones de Giuseppe Garofano, apodado *El Cardenal,* recién extraditado desde Ginebra, miembro distinguido del Opus Dei y cuya confesión dejaba a Gardini expuesto a la justicia. ¿Fue la fecha elegida por su significado conspirativo, fue por azar, se trata de una coincidencia?

Muchos podemos pensar que sólo se trata de simples causalidades, pero... ¿y si se tratase de algo más? Lo que les puedo asegurar es que en el momento de terminar de redactar este texto mi reloj marcaba las 18:05. ¿Adivinan que resultado da la suma de 18 más 05? Pues sí... 23.

Ni siquiera los dioses o semidioses se libran de padecer las persecuciones de este número de la conspiración. Según la tradición, las hijas de Mara se acercaron a Buda desde unos arbustos, graciosas, compungidas: «Queremos adorar tus pies, oh ser feliz», suspiraron. Buda no detuvo su paso. Entonces las muchachas lo siguieron de cerca, incluso rozándolo. «Muy diversas formas adopta el deseo de los hombres...», repetían. Buda no daba señal de oírlas. Las muchachas se detuvieron para acordar

EL NÚMERO 23 Y LAS COINCIDENCIAS

El 23 es un número que también aparece en sucesos de sincronicidades, que es como Carl G. Jung denominó a cierto tipo de coincidencias acausales. Una de ellas, la más conocida, involucra al novelista William Burroughs. Cuenta Burroughs que cuando residía en Tánger, en 1958 (la suma de sus dígitos da 23), mantuvo cierto día una conversación con un tal capitán Clark, quien le mencionó que había estado navegando por el estrecho 23 años sin ningún percance. Ese mismo día el capitán Clark sufrió su primer accidente grave. Esa misma tarde, mientras comentaba el suceso, Burroughs escuchó un boletín de la radio donde se informaba de un accidente aéreo ocurrido en Florida. El número de vuelo resultó ser el 23 y el piloto un tal capitán Clark.
Otra curiosa «coincidencia» en la que aparece el número 23 es la siguiente. Después de que Arthur Koestler publicase sus *Roots of Coincidence,* el profesor Hans Zeisel, de la Universidad de Chicago, escribió a Koestler relatándole cómo le perseguía dondequiera que fuese una cadena de números 23. En Viena, de donde era oriundo, vivió en la calle Rossaurerlaend 23. Tuvo su bufete de abogados en la Gonzagagasse 23 y su madre vivía en la Alserstrasse 23. En cierta ocasión la madre de Zeisel llevó a Montecarlo la novela titulada *Die Liebe der Jeanne Ney,* en la que un personaje gana una fortuna apostando en la ruleta al número 23. La madre de Zeisel decidió repetir la suerte del personaje de la novela y en el casino apostó al número 23. El número 23 salió al segundo intento.

otra estrategia. «Transformémonos. Volvámonos cada una un centenar de muchachas de quince o dieciséis años», dijo Tantri. Arati asintió. Ahora Buda avanzaba rodeado de un cortejo de muchachas que se repartían los veintitrés gestos de la seducción femenina. Todas repetían: «Quisiéramos adorar tus pies, oh ser feliz». El bosque fue invadido por un delicado parloteo. Buda continuaba caminando. Poco después, las muchachas, cansadas de sus infructuosos intentos, desistieron. Finalmente, Buda se sentó bajo un árbol.

Y hasta aquí esta exploración por el universo de los números. Han sido seis capítulos, contando el prefacio, y 6, lo hemos dicho, es un número perfecto. Ojalá ese atributo, aunque fuera en ínfima proporción, contagie a este libro.

Bibliografía

COHEN, I.B., *El triunfo de los números*, Madrid, Alianza, 2008.

GARCÍA DEL CID, L., *La sonrisa de Pitágoras*, Barcelona, Debate, 2006.

—: *Numeromanía,* Barcelona, Debate, 2009.

GARDNER, M., *Orden y sorpresa*, Madrid, Alianza, 1987.

—: *Crónicas marcianas y otros ensayos sobre fantasía y ciencia*, Barcelona, Paidós, 1992.

—: *The Colossal Book of Mathematics: Classic Puzzels, Paradoxes and Problems*, Nueva York, W.W. Norton & Co., 2001.

GHYKA, M.C., *Filosofía y mística del número*, Barcelona, Apóstrofe, 1998.

IFRAH, G., *Historia universal de las cifras*, Madrid, Espasa Calpe, 2002.

JOUTTE, A., *El secreto de los números*, Barcelona, Robinbook, 2000.

PAULOS, J.A., *Pienso, luego río*, Madrid, Cátedra, 1994.

—: *El hombre anumérico,* Barcelona, Tusquets, 1998.

—: *A Mathematician Reads the Newspaper,* Nueva York, Doubleday, 1992.

VV.AA., *The Penguin Dictionary of Mathematics,* editado por David Nelson, Londres, Penguin, 1998.

VV.AA., *Pensar la matemática*, Barcelona, Tusquets, 1996.

WELLS, D., *The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Numbers*, Londres, Penguin, 1997.

Índice analítico

Alberti, R. 8
Ápery, R. 111
apocalipsis 24-26, 33, 143-147, 150
Arquímedes 36, 37, 62

Bell, E.T. 105
Bernoulli, J. 40
Bhagavad Gita 124, 125
Bhaskara 45, 115
Biharilal 115
Buda 117-119, 125, 130, 153-154
Bungus, P. 143-144

cábala 17, 32, 139, 143
Cantor, G. 50-51
Cardano, G. 45, 49, 81
Carmichael, R.D. 103-104
Catalan, E.C. 92
Cayley, A. 114
Champernowne, D.G. 100
conspiración 150-154
constante
  de Apéry 111
  de Euler-Mascheroni 109
Copeland, A.H. 105-106
Corán 23, 26, 31
cuaterniones 113-114
Cullen, J. 104-105

Descartes, R. 45-46, 79, 81
Diofanto 45, 49
Diógenes Laercio 12

Erdös, P. 90, 99, 105-106
Euclides 15, 23
Euler, L. 39, 41, 48, 78, 81, 109

Fibonacci (Leonardo de Pisa) 52, 54, 94-96, 101, 107
Feigenbaum, M. 109-110
Fermat, P. de 81, 98, 102
Friedman, E. 99-100, 108

gematría 33, 36, 37, 147
Germain, S. 54, 92-93
Girard, A. 46-47
googol 108, 114
Graham, R.L. 108
Graves, J.T. 114

Hamilton, W. 113
Hardy, G.H. 60
Harriot, T. 46

I Ching 132, 134, 139

Jingrun, C. 106
Jlebnikov, V. 65-66

Kaprekar, S.D.R. 91, 110
Knuth, D. 108
Krodadevatas 119

lambda 24
Leibniz, G. 46, 48

leyenda de Sessa 125
Leyland, P. 104
Liber Abaci 94
Liouville, J. 98
Lucas, E. 94, 101, 107, 123
Lutero, M. 143, 144

mazdekíes 19, 21
Mersenne, M. 79, 81, 96
Moderato de Gades 10

Napier, J. 40
Newton, I. 40
Niven, I.M. 110
número
  de Graham 108
  de Harshad 61, 110
  de la Bestia 144, 146, 149, 150
  de Markov 101
  de oro 13, 77, 95, 107, 128, 148
  de Poulet 102
  e 39-44
  octaédrico 89
  perfecto 23, 35, 77-79, 83, 154
  pi 7, 13, 39, 40, 42, 77
  primo de Chen 106
números
  abundantes 79, 85
  afortunados 83
  ambiciosos 82
  amigos 80-82
  automorfos 88
  cíclicos 86
  congruentes 85
  especulares 90-91
  de Lychrel 93
  de Platón 35
  de Smith 106-107
  felices 82
  imaginarios 42, 47, 48-49
  narcisistas 84
  negativos 45-47, 49, 115, 149
  malvados 84
  oblongos 88
  omirp 90
  palíndromos 84, 86
  perfectos 77-78, 80
  piramidales 86
  primoriales 86
  primos 14, 63, 90, 92-93, 105, 106, 149
  raros o extraños 90
  rectangulares 87
  repunit 57, 85-86
  sociables 82
  sordos 88
  transfinitos 49-51

octoniones 113-114
Ondrejka, R. 106
OuLiPo 67

pares de Ruth-Aaron 111
Pell, J. 62, 101
péntada 21, 27
pentagrama 21-23
Perec, G. 67, 68, 72
Perrin, R. 98
Pitágoras 7, 11-12
pitagóricos 10-12, 17, 21-24, 27-28, 142
Platón 7, 10, 22, 24, 26, 35

Pomerance, C. 111

Queneau, R. 103

Ramanujan, S. 60, 126-128
Rey Mono 137

San Agustín 19, 21, 23, 28, 35, 139
sedeniones 113-114
Sefer Yetzirah 15, 32
serie de Fibonacci 54, 94-95, 107
Siddharta Gautama 117-118

Talmud 18, 19, 21, 23, 27
Tao Te King 129, 139
teorema de Pitágoras 34
tetraktys 11, 21, 27, 56
Timeo 24
triángulo de Pascal 95
Torá 18, 22
torre de Brahma 123
Trimurti 116

Uhler, H. 64, 110
Ulam, S. 96
Upanisads 117, 121

Van Landingham, W. 93

Wallis, J. 47
Wilanski, A. 107
Woodall, H.J. 105

yin-yang 17, 128, 130, 133